

剛性マトリックス法によるPRC桁の構造解析

秋田大学

学 生 員 ○平塚 心

秋田大学大学院

学 生 員 松塚 忠政

秋田大学

フェロー 川上 洵

1. まえがき

PRC桁は設計荷重下において所定の許容値を超えないようなひび割れを許す構造である。ひび割れ発生前後における変位および断面力を剛性マトリックス法により求め、応力分布を明らかにするものである。

2. 解析理論

2.1 假定

- 1) 平面保持の法則が成り立つ。
- 2) ひび割れを生じた断面において引張域のコンクリートは無視する。
- 3) 軸力及び応力は引張となるものを正、曲げモーメントは部材下縁に引張応力を生じるものを正とする。

2.2 剛性マトリックス

PRC桁ではひび割れの前後で部材断面の剛性が変化する
るので、対応する剛性マトリックスを求める。

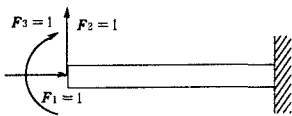


図-1 単位力が作用する片持ち梁

図心位置が部材によって異なる場合、各部材ごとの剛性マトリックスを作成するために、図-1に示したような片持ち梁に単位力(F_1, F_2, F_3)を作用させ、たわみ性マトリックスを作成し、その逆行列から剛性マトリックス $[K]$ を求める。よって要素剛性方程式は、

$$\{F\} = [K] \{D\} + \{F_0\} \quad \cdot \cdot \cdot (1)$$

ここで、 $\{F\}$:節点力ベクトル、 $\{D\}$:変位ベクトル、 $\{F_0\}$:部材両端を固定端としたときの固定端力

これらの剛性方程式を各節点ごとに重ね合わせ、未知変位について解き、得られた変位を式(1)に代入することで部材の断面力が決定される。

2.3 解析の過程

PRC桁の構造解析を次の7つのStepに分けて進め、フローチャートを図-2に示す。

Step1 プレストレス導入直後のひずみと応力

図-3より基準点から任意の距離 y の点におけるひずみは

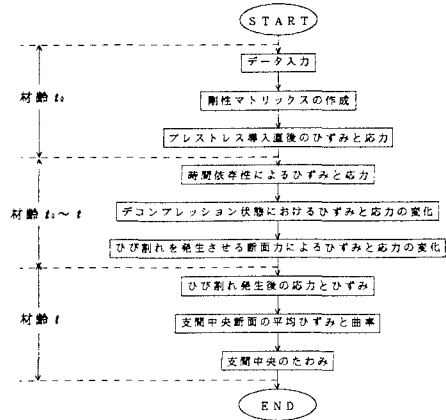
$$\varepsilon_y = \varepsilon_0 + \psi y \quad \cdots (2)$$


図-2 フローチャート

材齢 $t = t_0$ で荷重が載荷され、断面力 $N(t_0), M(t_0)$ が作用した時の軸ひずみと曲率の変化 $\varepsilon_0(t_0), \psi(t_0)$ は

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{Ec(t_0)(AI - G^2)} \begin{bmatrix} I & -G \\ -G & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N(t_0) \\ M(t_0) \end{Bmatrix} \quad \dots (3)$$

ここで、 A, G, I は材齢 $t = t_0$ での換算断面諸量とする。

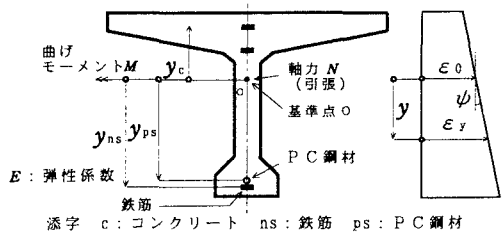


図-3 ひずみ分布

Step2 時間依存性応力の変化

クリープ、乾燥収縮及びリラクセーションによるひずみ変化を拘束する断面力 ΔN_{res} , ΔM_{res} は、

$$\begin{Bmatrix} \Delta N_{\text{res}} \\ \Delta M_{\text{res}} \end{Bmatrix} = -\bar{E}_c \phi \begin{bmatrix} A_c & G_c \\ G_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} - \bar{E}_c \varepsilon_{cs} \begin{bmatrix} A_c \\ G_c \end{bmatrix} + \Delta \bar{\sigma}_p \begin{bmatrix} A_{ps} \\ G_{ps} \end{bmatrix} \cdot \cdot \cdot \quad (4)$$

ここで、 ϕ :クリープ係数、 ε_{cs} :乾燥収縮ひずみ、
 $\Delta \overline{\sigma}_{pr}$:低減リラクセーション値、 $\overline{\sigma}$:材齢修正した値
 このとき軸ひずみ $\Delta \varepsilon_0$ と曲率 $\Delta \psi$ の増分は

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \psi \end{Bmatrix}_{t-t_0} = \frac{1}{E_c(t_0)(\bar{A}I - \bar{G}^2)} \begin{bmatrix} \bar{I} & -\bar{G} \\ -\bar{G} & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N_{res} \\ -\Delta M_{res} \end{Bmatrix} \quad \dots (5)$$

Step3 デコンプレッション力によるひずみと応力の変化

材齢 t における応力及び応力勾配を $\sigma_0(t), \gamma(t)$ とするとデコンプレッション力 N_1, M_1 は

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & G \\ G & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\sigma_0(t) \\ -\gamma(t) \end{Bmatrix} \quad \dots (6)$$

Step4 ひび割れを発生させる断面力による

ひずみと応力の変化

ひび割れを発生させる付加断面力 N と M より、ひび割れ断面に作用する断面力 N_2, M_2 は

$$\begin{Bmatrix} N_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} \quad \dots (7)$$

ひび割れが発生した断面の中立軸位置 c を求める。中立軸の y 座標 y_n のときコンクリート及び鋼材の応力は

$$\sigma = E(1 - \frac{y}{y_n}) \varepsilon_0 \quad \dots (8)$$

y_t を上縁の y 座標とし、点 O を通る軸における断面力を求めると、

$$\begin{cases} N_2 = \varepsilon_0 \left[E_c \int_{y_t}^{y_n} \left(1 - \frac{y}{y_n} \right) dA + E_s \sum \left[A_s \left(1 - \frac{y_s}{y_n} \right) \right] \right] \\ M_2 = \varepsilon_0 \left[E_c \int_{y_t}^{y_n} y \left(1 - \frac{y}{y_n} \right) dA + E_s \sum \left[A_s y_s \left(1 - \frac{y_s}{y_n} \right) \right] \right] \end{cases} \quad \dots (9)$$

$N_2=0$ のとき式(10), $N_2 \neq 0$ のとき式(11)より c が求められる。

$$\int_{y_t}^{y_n} (y_n - y) dA + \alpha \sum [A_s (y_n - y_s)] = 0 \quad \dots (10)$$

$$(\because \alpha = E_s / E_c)$$

$$\frac{\int_{y_t}^{y_n} y (y_n - y) dA + \alpha \sum [A_s y_s (y_n - y_s)]}{\int_{y_t}^{y_n} (y_n - y) dA + \alpha \sum [A_s (y_n - y_s)]} - \frac{M_2}{N_2} = 0 \quad \dots (11)$$

Step5 ひび割れ発生後の応力とひずみ

コンクリートの応力は圧縮域のみを考え、鋼材の応力はStep2~5までの合計値とする。

Step6 支間中央の平均ひずみと曲率

ひび割れのない状態(状態1)とひび割れが発生した状態(状態2)の断面を用いて、テンションステフニングを考慮する。補間係数 ξ は0と1の間の値をとる無次元の係数で、ひび割れの程度を表し $\xi=0$ は全くひび割れのない状態、 $0 < \xi < 1$ はひび割れが発生した状態を表すと ξ の値は

$$\xi = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{f_{ct}}{\sigma_{1max}} \right)^2 \quad \dots (12)$$

ここで、 σ_{1max} は状態1の N と M による上縁または下縁の引張応力であり、 f_{ct} はコンクリートの引張強度、係

数 β は異形鉄筋の場合 $\beta_1=1$ 、普通丸鋼の場合 $\beta_1=0.5$ 、処女荷荷の場合 $\beta_2=1$ 、持続荷重あるいは繰返し荷重を受ける場合 $\beta_2=0.5$ とする。

平均ひずみ ε_m および曲率 ψ_m は、次式で求める。

$$\begin{cases} \varepsilon_m = (1 - \xi) \varepsilon_{01} + \xi \varepsilon_{02} \\ \psi_m = (1 - \xi) \psi_1 + \xi \psi_2 \end{cases} \quad \dots (13)$$

ただし、添字1, 2は状態1, 2を表す

Step7 支間中央のたわみ

桁端部と支間中央の平均曲率を用いて求める。

3. 数値計算例¹⁾

P R C単純梁に活荷重が作用し、ひび割れが発生するとき、支間中央断面の平均曲率を計算する。また、支間各位置における曲率変化を図示し、支間中央のたわみを計算する。図-4に支間中央断面を示す。P C鋼材位置を除き、断面形状は支間のどの位置でも同じである。

図-5に示すように、P C鋼材は点BとCで屈曲し、プレテンション方式によりプレストレスが導入される。梁には、等分布死荷重14.0kN/mと等分布活荷重8.0kN/mが作用する。異形鉄筋を使用し、コンクリートの引張強度を $f_{ct}=2.5\text{MPa}$ 、コンクリートの弾性係数は $E_c(t_0)=24\text{GPa}$ 、 $E_c(t)=30\text{GPa}$ とする。

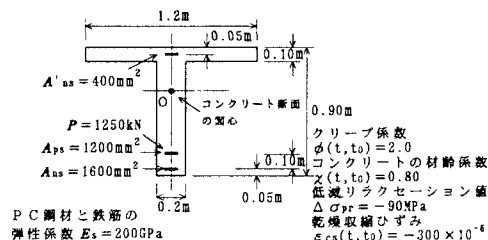


図-4 断面諸元

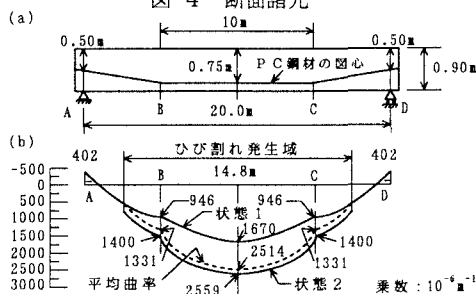


図-5 (a) P C鋼材の配置形状

(b) クリープ、乾燥収縮及び活荷重作用後の曲率

支間中央のたわみは86.3mmとなる。

<参考文献>

1) A. Ghali, R. Favre著(川上 洵, 櫻橋 浄他訳), コンクリート構造物の応力と変形, 技法堂出版, 1995