

剛性マトリックス法による連続合成構造物の時間依存性応力解析

秋田大学大学院 学 生 員 ○松塚 忠政
秋田大学 正 会 員 徳重 英信
秋田大学 フェロー 川上 洵

1. まえがき

任意形断面を有する連続合成構造物に生じるコンクリートのクリープ、乾燥収縮及びP C鋼材のリラクセーションなどの時間依存性応力により不静定力は経時変化する。この不静定力の経時変化を任意の基準軸に関する剛性マトリックス法により求め、部材断面に生じる応力分布を解析的に明らかにする。

2. 時間依存性応力によるひずみ及び応力の変化

断面を構成する異種材料によりコンクリートのクリープ、乾燥収縮及びP C鋼材のリラクセーションが拘束されることにより生じる応力とひずみの変化を求める。軸力及び応力は引張となるものを正、曲げモーメントは部材下縁に引張応力を生じるものを正とし、弾性理論の仮定に従うものとする。

図-1より基準点から任意の距離 y の点におけるひずみは

$$\varepsilon_y = \varepsilon_0 + \psi y$$

材齢 $t=t_0$ で荷重が載荷され、断面力 $N(t_0), M(t_0)$ が作用

した時の軸ひずみと曲率の変化 $\varepsilon_0(t_0), \psi(t_0)$ は

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c(t_0)(AI - G^2)} \begin{bmatrix} I & -G \\ -G & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N(t_0) \\ M(t_0) \end{Bmatrix} \quad \dots (1)$$

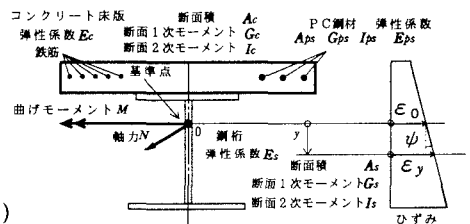


図-1 合成断面とひずみ分布

ここで、 A, G, I は材齢 $t=t_0$ での換算断面諸量である。時間依存性応力解析をするにあたりクリープ係数を ϕ 、材齢係数を χ 、コンクリートのみの断面諸量を A_c, G_c, I_c とおきコンクリートの材齢修正弾性係数 $\overline{E}_c$ を用いると、クリープと乾燥収縮及びリラクセーションによる変形を拘束する軸力と曲げモーメントは

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{res} = -\overline{E}_c \phi \begin{bmatrix} A_c & G_c \\ G_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} - \overline{E}_c \varepsilon_{cs} \begin{Bmatrix} A_c \\ G_c \end{Bmatrix} + \Delta \overline{\sigma}_{pr} \begin{Bmatrix} A_{ps} \\ G_{ps} y_{ps} \end{Bmatrix} \quad \text{ここで} \quad \overline{E}_c = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi \phi} \quad \dots (2)$$

またコンクリートに生じる拘束応力 σ_{res} は $\sigma_{res} = -\overline{E}_c \phi [\varepsilon_0(t_0) + \psi(t_0)y] - \overline{E}_c \varepsilon_{cs}$

断面に生じる時間依存性応力による基準点0に関する軸ひずみ及び曲率の変化は拘束断面力を解除することにより式(3)から、応力の変化は式(4)から求められる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{0c15tr} \\ \Delta \psi_{c15tr} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\overline{E}_c(\overline{A}\overline{I} - \overline{G}^2)} \begin{bmatrix} \overline{I} & -\overline{G} \\ -\overline{G} & \overline{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix}_{res} \quad \dots (3)$$

$$\begin{cases} \text{コンクリート部} & \Delta \sigma_c = \sigma_{res} + \overline{E}_c (\Delta \varepsilon_{0c15tr} + \Delta \psi_{c15tr} y) \\ \text{鋼桁部・鉄筋} & \Delta \sigma_s = E_s (\Delta \varepsilon_{0c15tr} + \Delta \psi_{c15tr} y) \quad \dots (4) \\ \text{P C鋼材} & \Delta \sigma_{ps} = \Delta \overline{\sigma}_{pr} + E_{ps} (\Delta \varepsilon_{0c15tr} + \Delta \psi_{c15tr} y) \end{cases}$$

ここで、 $\overline{A}, \overline{G}, \overline{I}$ はコンクリートの材齢修正弾性係数を基準とした材齢修正換算断面諸量である。

3. 剛性マトリックス法による時間依存性応力解析

不静定構造物において時間依存性応力による不静定力の経時変化を剛性マトリックス法により以下の手順に従って求める。

- 1) 材齢 $t=t_0$ において、任意の基準軸を設定し、その基準軸に関する断面諸量を求め、変位及び節点力を剛性マトリックス法によって求める。さらに各節点の軸ひずみと曲率の変化を式(1)から求める。
- 2) 基準軸に関する材齢修正換算断面諸量を求め、式(3), (4)から各節点における時間依存性応力による軸ひずみと曲率の変化及び応力の変化を求める。このとき式(2)の弾性係数を用いるため図心位置が変化する。
- 3) 2) で求めた軸ひずみと曲率の変化が図-2のように部材軸方向に関して放物線分布すると仮定し、時間依存性応力により生じる変位を部材の両端を固定し、拘束したときの固定端力を次式から求める。

$$\begin{cases} \Delta N_i = -\Delta N_j = -\frac{\bar{E}_c \bar{A}}{l} \left[\frac{1}{6} \Delta \varepsilon_{\alpha} + \frac{2}{3} \Delta \varepsilon_{\alpha k} + \frac{1}{6} \Delta \varepsilon_{\alpha j} \right] \\ \Delta M_i = \frac{\bar{E}_c}{l} \left[\bar{I} - \frac{\bar{G}^2}{\bar{A}} \right] \left[\frac{2}{3} \Delta \psi_i + \frac{2}{3} \Delta \psi_k - \frac{1}{3} \Delta \psi_j \right] - \Delta N_i \left[\frac{\bar{G}}{\bar{A}} \right] \\ \Delta M_j = \frac{\bar{E}_c}{l} \left[\bar{I} - \frac{\bar{G}^2}{\bar{A}} \right] \left[\frac{1}{3} \Delta \psi_i - \frac{2}{3} \Delta \psi_k - \frac{2}{3} \Delta \psi_j \right] - \Delta N_j \left[\frac{\bar{G}}{\bar{A}} \right] \\ \Delta S_i = -\Delta S_j = -\frac{\bar{E}_c}{l} \left[\bar{I} - \frac{\bar{G}^2}{\bar{A}} \right] (\Delta \psi_i - \Delta \psi_j) \end{cases}$$

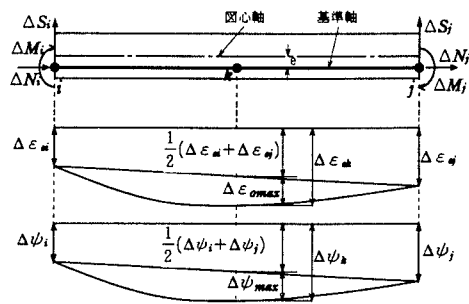


図-2 軸ひずみ及び曲率の変化

- 4) 3) で各部材ごとに求めた固定端力を用いて式(5)で表される任意の基準軸に関する要素剛性方程式をたてる。

$$\{f\} = [\bar{k}] \{d\} - \{f_e\} \cdots (5)$$

ここで、 $\{f\}$: 外力ベクトル, $\{d\}$: 変位ベクトル, $\{f_e\}$: 固定端力,

$[\bar{k}]$: 材齢修正弾性係数、材齢修正換算断面諸量を用いた剛性マトリックス

こうして求めた要素剛性方程式を各節点ごとに重ね合わせた後に未知変位 $\{d\}$ について解き、式(5)に代入することにより各部材の各節点に作用する節点力 $\{f\}$ を求める。

- 5) 4) で求めた節点力は時間依存性応力による不静定力の変化であり、この不静定力による応力の変化と3) で求めた応力の変化を重ね合わせることににより時間依存性応力による応力の変化が得られる。

4. 数値計算例

図-4に示すような桁高の変化する支間45mの2径間連続合成桁(図-5)がある。U字形鋼桁上にはプレキャスト床版が敷設され、橋軸方向にはポストテンション方式によりプレストレスが導入される。プレストレス導入直後、断面は鋼桁とコンクリート床版から構成される合成断面となる。プレストレス導入直後の材齢 t_0 及びクリープ、乾燥収縮、リラクセーションが生じた後の材齢 t における中間支点上断面でのコンクリートと鋼桁のひずみと応力を求める。ただし、床版のプレストレス導入及び鋼桁と床版の合成は、材齢 t_0 で同時に行われるとする。また、床版のプレストレス導入のとき、床版は鋼桁上に自由に滑ると仮定し、初期プレストレス力は $P=9800\text{kN}$ とする。

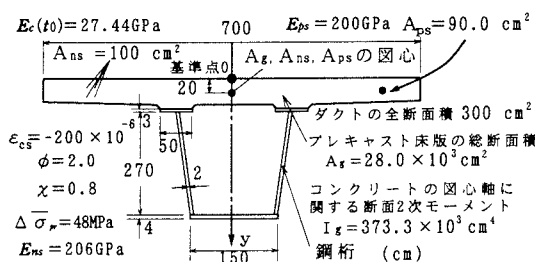


図-4 中間支点上断面

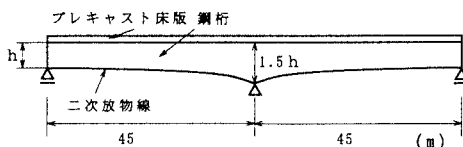


図-5 2径間連続桁

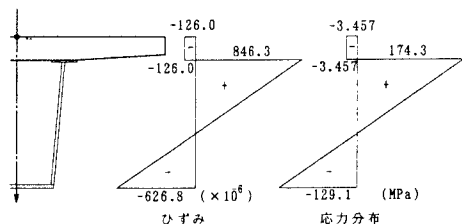


図-6 材齢 t_0 におけるひずみ及び応力分布

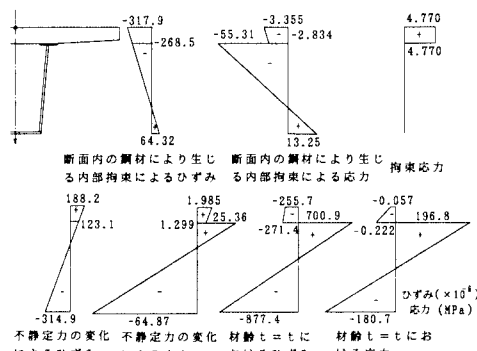


図-7 時間依存性応力により生じるひずみと応力の変化と材齢 t_0 におけるひずみと応力