

## III - 10

## 粒状要素法による粒状体モデルの弾塑性挙動の考察

東北大学 学生員 ○武 建 勲  
 東北大学 正 員 岸 野 佑 次  
 東北大学 正 員 京 谷 孝 史

## 1. はじめに

著者らが開発した粒状要素法<sup>1)</sup>は粒状体モデルに作用する応力を精度良く制御することができるので、要素試験を行うのに適した方法であると考えられる。ここでは Bardet が DEM を用いて行った弾塑性挙動の解析<sup>2)</sup>を参考に、粒状要素法による同様の解析を行い、粒状体の弾塑性挙動について考察した。

## 2. 粒状体モデルとプローブ実験

解析に用いた粒状体モデルを図-1に示す。領域全体の形状はほぼ円形で、この領域に粒径が 0.5cm から 1.0cm までの一様分布となるように選んだ 395 個の円形粒子がパッキングされている。これらの粒子の中、境界条件を与えるための境界粒子の数は 72 個である。また、接触点における法線方向および接線方向のバネ定数は、それぞれ、1000 kgf/cm および 700 kgf/cm、摩擦角は 25° とした。

載荷試験は応力の主軸を  $x, y$  方向に固定した応力制御により行った。図-2に主応力空間上の載荷経路を示す。原点は右上に置き、軸の値は圧縮を正として示した。図の A 点は初期パッキングのデータに対して等方応力が 2 kgf/cm<sup>2</sup> になるまで等方圧縮して得られた状態である。この状態から  $\sigma_1 = 2$  kgf/cm<sup>2</sup> を固定して  $\sigma_2$  を増加させる載荷経路を  $L_p$  と称する。また、A 点から  $\sigma_1 + \sigma_2 = 4$  kgf/cm<sup>2</sup> を固定して  $\sigma_2 - \sigma_1$  を増加させる載荷経路を  $L_1$  と称する。

同じ供試体に様々な方向に応力増分を与えて、それに対応する応答としてひずみ増分を求める試験をプローブ試験と称する。図-2に  $L_p$  上の 3 つのプローブ試験点 p30, p70, p80 を○印で示した。Bardet は、個別要素法を用いて、円粒子 500 個の集合体のプローブ試験による弾塑性応答の検討を行った<sup>2)</sup>。現実の粒状体について同一供試体に対するプローブ試験を行うことは不可能であるので、コンピュータシミュレーションはこの種の検討を行う上で極めて有効な手段であると言うことができる。本文においては、粒状要素法を用いて Bardet と同様のプローブ試験を行う。本文で用いた粒状体モデルの粒子数は Bardet の試験の場合より少ないが、得られた結果は、載荷制御がより正確なものとなっている（Bardet の試験では応力制御が不十分で、載荷応力増分が目標値と異なり、また除荷後出発点に正確に戻っていない<sup>2)</sup>）。

以下のプローブ試験においては、プローブ試験点から出発して、応力空間上における 45° 間隔の 8 方向に絶対値の等しい応力増分を与えて載荷・除荷試験を行う。載荷後のひずみ増分を  $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon^e + \Delta\epsilon^p$  と表わす。ここに、 $\Delta\epsilon, \Delta\epsilon^e, \Delta\epsilon^p$  は、載荷によって発生した全ひずみ増分とその弾性および塑性ひずみ成分である。除荷後に塑性ひずみ増分  $\Delta\epsilon^p$  を特定できるので、この後、弾性ひずみ増分が  $\Delta\epsilon^e = \Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p$  と計算される。

図-3, 4, 5 に p30 からのプローブ試験の載荷経路と各載荷経路に対する弾性、塑性ひずみ増分を示す。弾性ひずみ増分は長軸 -45° の楕円形状に分布し、等方弾性の特徴が現われている。また、塑性ひずみ増分は  $L_p$  の除荷方向 (2, 3, 4, 5) では零、載荷方向では塑性ひずみ増分は全て約 -45° の方向に並んでいる。

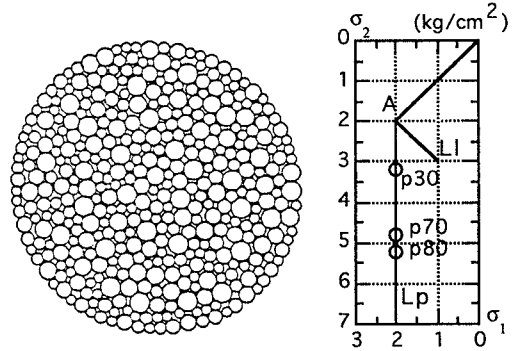


図-1 粒状体モデル

図-2 載荷経路

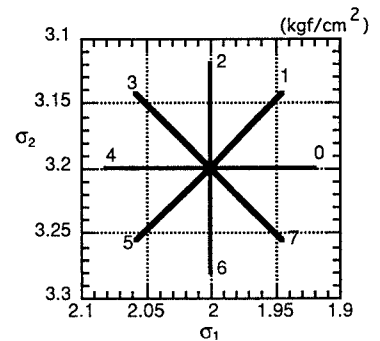


図-3 p30点のプローブ試験

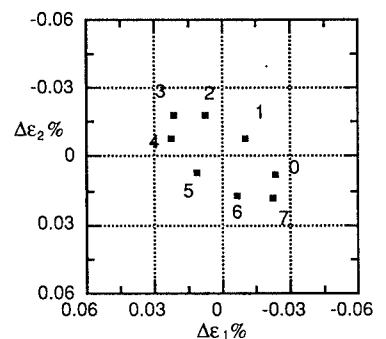


図-4 p30点の弾性ひずみ増分

### 3. 弾塑性挙動の考察

#### (1) 等方弾性歪

等方弾性体において、大きさ  $\Delta\sigma$  の応力増分に対するひずみ増分は長軸方向  $\theta=45^\circ$ 、短軸方向  $\theta=45^\circ$  の原点に対称な楕円で、この楕円の長軸と短軸の長さについて次式が成立する。

$$\Delta\epsilon_{\max} = \frac{\Delta\sigma}{E}(1+\nu), \quad \Delta\epsilon_{\min} = \frac{\Delta\sigma}{E}(1-\nu), \quad \Delta\epsilon_{\max} / \Delta\epsilon_{\min} = (1+\nu)/(1-\nu)$$

これより p30 におけるヤング係数は  $E=368 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比は  $\nu=0.38$  と定めることができる。

#### (2) 誘導異方性

図-6 に p80 に対する同様のブロープ試験により得られた弾性ひずみ増分を示す。この分布形状は p30 の場合と同様に楕円形であるが、その長軸方向は  $-34.7^\circ$  となっている。これは(1)に述べた等方性の分布と異なり、誘導異方性が生じたと考えることができる。また、図は省略するが、塑性ひずみ増分ベクトルの方向も  $-35^\circ$  と図-5 の p30 の場合と異なる。

#### (3) 流動則

図-5 に示されているように、p30 の場合、4つの载荷方向(0,1,6,7)の塑性ひずみ増分ベクトルの方向( $m$ )は、いずれもほぼ  $-45^\circ$  方向である。塑性論によれば、塑性ひずみ増分ベクトルの大きさは応力増分ベクトルと降伏曲面の外向き法線ベクトル( $n$ )の内積に比例して生じる。ブロープ試験における応力増分ベクトルの大きさは一定であるので、塑性ひずみ増分ベクトルの大きさは、応力増分ベクトルの  $n$  方向への投影長さに比例することになる。このことを検証するために、各ブロープ試験で得られた塑性ひずみ増分ベクトルより最小二乗法によって  $n$  の方向を定めることを試みた。 $n$  の方向角  $\beta$  は次式で算定される。

$$\tan \beta = (\sqrt{2}L_6 - L_1 + L_7) / (\sqrt{2}L_0 + L_1 + L_7)$$

ここに、 $L_0, L_1, L_6, L_7$  は、それぞれ、0, 1, 6, 7 の载荷方向の塑性ひずみ増分の投影長さを表わす(図-7)。

応力増分ベクトルの方向を  $\theta$  とおくと、流動則が成立する場合、塑性ひずみ増分の大きさは  $\cos(\theta+\beta)$  に比例するので、p30 の塑性ひずみについてこれを調べると図-8 のようになる。これより流動則の成立が認められる。 $n$  の方向角  $\beta$  は約  $-30^\circ$  と算定され、これと図-5 における  $m$  の方向  $-45^\circ$  とは明らかに異なり、非関連流動則を示唆している。

#### (4) 硬化特性

ここで、図-2 の  $L_p$  上の载荷・除荷を行った後  $L_p$  方向および  $L_1$  方向に再载荷を行い、硬化の程度の変化を調べた結果について記す。図-9 は  $L_p$  上の p70 まで载荷除荷を行った後、 $L_p, L_1$  方向に再载荷を行った結果を示す。塑性論における硬化の程度の変化による後続負荷曲線の進展が明確に現われている。

#### 参考文献

- 1) 岸野佑次ら: 改良粒状要素法による粒状体の弾塑性挙動の研究, 構造工学論文集, 43A, (投稿中) 1997.
- 2) Bardet, J.P.: Numerical simulation of the incremental responses of idealized granular materials, *Int. J. Plasticity*, 10, pp.879-908, 1994.

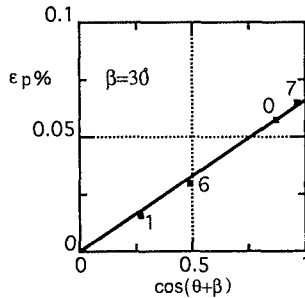


図-8 塑性ひずみ増分と  $\cos(\theta+\beta)$  の関係

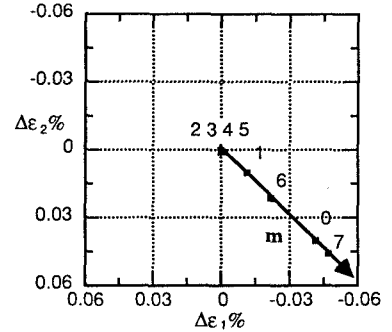


図-5 p30 点の塑性ひずみ増分

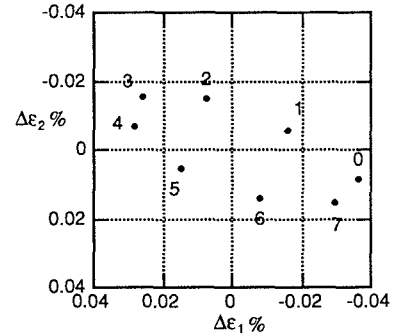


図-6 P80点の弾性ひずみ増分

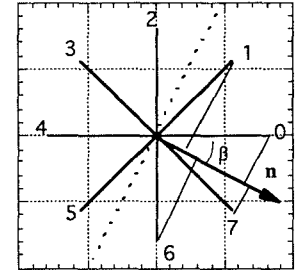


図-7 ブロープ試験降伏曲線の法線

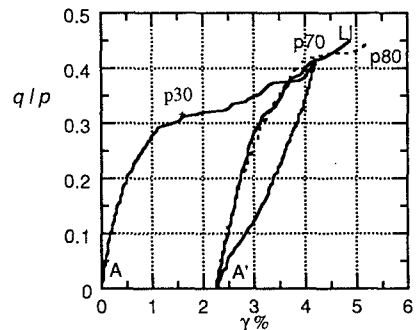


図-9 P70 除荷後の再载荷応力ひずみ関係