

II - 9

洪水氾濫先端部での計算安定条件と現地への適用性

東北大学大学院 学生員○今津雄吾

東北大学工学部 正会員 今村文彦

東北大学工学部 正会員 首藤伸夫

1. はじめに

河川氾濫の非定常数値解析を安定に行うためには、波動方程式に対する C.F.L 条件に加えて、移動境界である流れ先端部での安定条件が必要である。そのため、先端部など水深が小さい地点においては、仮想水深や打ち切り水深が用いられている。しかし、計算の安定性の観点からこれらの水深を決定する基準は与えられておらず、理論的根拠の乏しい経験的な値を用いているのが現状である。そこで、本研究では理論的に先端での安定条件を提案し考察を行った。さらに、実際の 2 次元氾濫計算への適用の可能性について検討を行った。

2. 先端での理論波形を用いた計算法

図 1 の様な一次元の一様勾配の斜面を想定し、上流端から 1m の水位を与えて数値計算を行った。支配方程式は浅水理論式で Leap-Frog スキームにより差分化して用いた。その際の考察により、先端部での発散のメカニズムが著者らによって証明されている⁽¹⁾。そこで、今回は先端部に理論波形式を適用して安定に計算する方法を試みた。

次に示す、先端部において圧力項と摩擦項が釣り合うとして導かれた理論波形⁽²⁾の式を適用して先端での条件を加える。

$$D = a \sqrt{\frac{2Kx'}{g}} \quad (1)$$

x' : 先端からの距離 D : x' 地点の水深

K : 抵抗係数 a : 先端位置 $\cdot$: 時間微分

上式を x' で微分すると先端部での波形勾配が得られる。計算中には先端部での波形勾配が、これより大きくならないように制御する必要がある。最先端のメッシュの全水深値は信頼できないものと考え、計算中に (1) 式に合うように逐次置き換えを行う。(1) 式を用いる際に問題になるのが、先端部での抵抗係数 K と先端の移動速度 $\dot{a}$ であるが⁽³⁾、ここでは、図 2 の様に計算中の D 及び x' の値から逆算して求めている。

$$D = \dot{a} \sqrt{\frac{2Kx'}{g}} = A\sqrt{x'} \quad (2)$$

すなわち、 $\dot{a}$ と K を別個には求めず (2) 式の様にまとめて 1 つの係数とし、先頭から 3 メッシュでの x' と D の値をそれぞれ代入して、 A と x' すなわち先端の位置を求める。こうして理論的な先端の位置が決まった後、再度 (2) 式に代入して最先端のメッシュでの D を置き換える。

この方法を、流れがある程度安定する 10 メッシュ目以降に適用して計算を行う。しかし、毎時間ステップに適用した場合には、先端部での水位が過剰にせきあがるという問題が生じた。そこで、先端部で水深の不連続が生じた場合にのみ、この理論を適用して計算を行った。

その結果、図 3 に見られるように、適用しない場合（仮想水深 0.1mm 使用）に比べ振動が制御され先端部できれいな波形を保っていることが分かる。ところが最終的には、先端以外の所から不安定を起し発散している。

そこでさらに、実際は一様勾配であるから、重力の斜面方向の成分を含めて、図4の様な先端部での力の釣り合いを考えた。

$$\frac{1}{2} \rho g (D \cos \theta)^2 + \frac{1}{2} \rho g x' D \sin \theta = \rho K a^2 x' \quad (3)$$

同様に先端での実際の値を代入して $\dot{a}$ と K を消去し、先端のメッシュでの理論的な全水深の値を計算し置き換えを行った。しかし、図3に見られるように、この場合も(2)式を用いた場合と大きな違いは見られず、最終的には発散した。

3. 実際の氾濫計算への適用可能性

前述のモデルを2次元に拡張し実際の洪水氾濫事例(1994.9.22 宮城県増田川)に適用した。地形がほぼ平坦であるから(2)式を用い、簡単のため、 x 軸方向と y 軸方向で独立にそれぞれ先端部の処理を行った。

その結果、適用した場合としない場合では、氾濫範囲などは全く差異は生じず、ともに安定であった。

安定性に対する効果を確認することは出来なかったが、計算上適用は可能であることが分かった。しかし、先端から3メッシュでの実際の水位を用いているため、地形によっては適用できない場合も生じるなど、単純に仮想水深を用いる場合に比べ汎用性に欠ける。

計算上の不安定の発生には様々な要因があるため、それらを正確に分類し対処することが重要である。

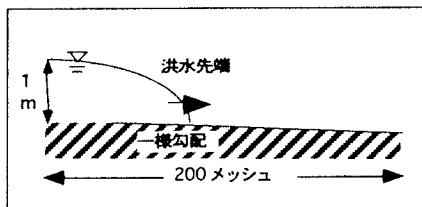


図1 一次元モデル地形

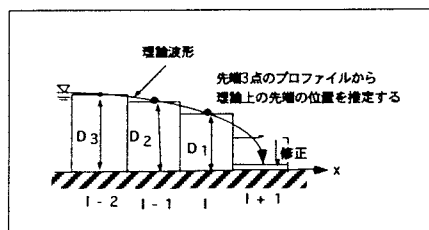


図2 理論波形式を用いた計算法

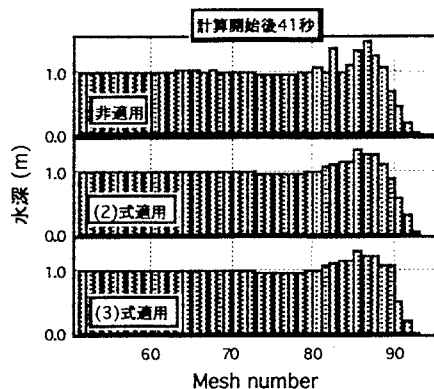


図3 (2),(3)式適用結果

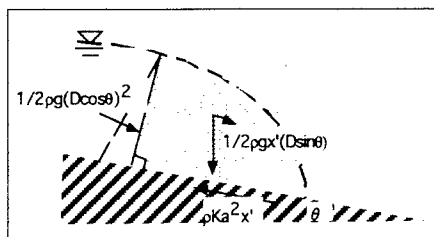


図4 先端での力の釣り合い

参考文献

- (1) 今津雄吾・今村文彦・首藤伸夫: 氾濫計算を安定に行うための先端条件, 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要集, pp.160-161, 1996
- (2) Cross, R.H.: Tsunami surge forces, Proc. of ASCE, Vol.93, WW4, pp.201-231, 1967.
- (3) 松富英夫: 陸上遡上津波の先端条件と先端部の抵抗係数, 第28回海講演文集, pp.74-78, 1981