I －34

平面骨組大変位解析における伸びの影響について

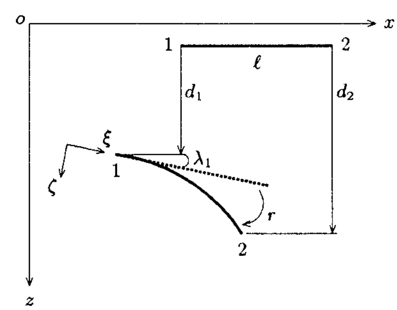
東北大学工学部　○学生員　清　成克
東北大学工学部　正　員　岩熊　哲夫
東北大学工学部　正　員　後藤　文彦

1.　まえがき

近年建設されている長径間橋梁はますます長大化し、外力を受けた時の構造物の変位は大きくなっている。また、許容応力度設計法から終局強度設計法への移行に伴い、有限変位解析の精度を追求する必要性は一層増大している。本研究は、平面骨組構造において、局所系節点外力ベクトルを全体系節点外力ベクトルに座標変換する際にその節点外力ベクトルが局所系と全体系でする仕事は等しいという関係を導入し定式化するこで接線剛性行列の対称化を行い、接線剛性行列が対称にならない従来法との相違を基本的な問題を解くことで比較し、梁要素の軸方向伸びの影響によるものか検討する。

2.　定式化

図-1のように直線梁要素を局所座標系まで剛体変位として除去し、その後の変形を微小変形理論に基づき節点1を原点とする接線座標で表す。ここで、節点1、2の絶対変位を$\boldsymbol{d}_1$、$\boldsymbol{d}_2$とし、節点2の節点1に対する相対変位を$\boldsymbol{r}$とすると、$\boldsymbol{r}$は$\boldsymbol{d}$の関数として表せる。



図－1　相対変位

幾何学的考察による接線剛性方程式は

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{T}^t\boldsymbol{K}\boldsymbol{T}\boldsymbol{r} \quad \cdots\cdots (1)$$

のように表されてきたが、仮想仕事の原理に基づく関係式

$$\Delta\boldsymbol{d}\boldsymbol{F}=\Delta\boldsymbol{T}\boldsymbol{r}\boldsymbol{f} \quad \cdots\cdots (2)$$

を用いて後藤[1)]らは

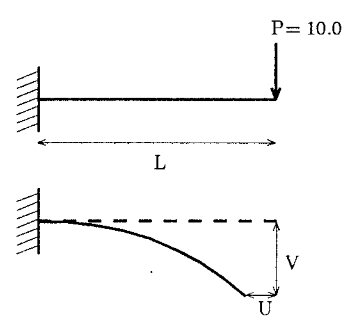
$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{R}^t\boldsymbol{K}\boldsymbol{T}\boldsymbol{r} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\boldsymbol{R}^t=\begin{bmatrix}\cos\lambda_1 & \sin\lambda_1 & 0 & \cos\lambda_1 & \sin\lambda_1 & 0\\ -\sin\lambda_1 & \cos\lambda_1 & 0 & -\sin\lambda_1 & \cos\lambda_1 & 0\\ -\beta & \alpha & 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}
\begin{array}{l} :\alpha=\left(\frac{u_2}{\ell}-\frac{u_1}{\ell}+1\right)\cos\lambda_1+\left(\frac{v_2}{\ell}-\frac{v_1}{\ell}\right)\sin\lambda_1-1\\ :\beta=-\left(\frac{u_2}{\ell}-\frac{u_1}{\ell}+1\right)\sin\lambda_1+\left(\frac{v_2}{\ell}-\frac{v_1}{\ell}\right)\cos\lambda_1\end{array}$$

と定式化を行った。この$\boldsymbol{d}$についての不釣り合い力をニュートン・ラプソン法により繰り返し、収束計算する。

3.　解析結果

最も基本的な問題として図-2に示す長さLの片持ち梁の先端に横荷重が作用する場合を考える。計算方法は、弧長法により横荷重$PL^2/EI=10.0$まで増加させていく荷重増加解析法で行う。図-3に16要素、細長比が5のときのある荷重での左端モーメントの厳密解と式$M=P(L-U)$から求められる解との相対誤差を本手法と従来法について示す。本手法は荷重が増加しても0付近で変わらず、一方従来法は荷重に比例して大きくなり、(1)式が微小ひずみ理論の$M\neq P(L-U)$であるのに対し(3)式は有限ひずみ理論である事がわかる。同様に従来法に軸伸長の影響と幾何剛性を含め



図－2　解析モデル

たものについて図 -4に示すと、本手法と同じ様に誤差は 0 付近になり有限ひずみ理論に収束するようになる。

次に細長比が 100 と 5 のときの鉛直変位の収束精度を図 -5、図 -6にそれぞれ示す。通常の構造 (細長比 =100) のときは、どの方法を用いても収束する所は同じであるが、本手法の方が最も早く収束している。細長比が 5 のときは、従来法が微小ひずみ理論に収束するのに対し、本手法と従来法に軸伸長の影響を含めたものは有限ひずみ理論に収束している。しかし細長比が 100 のときとは逆に本手法の方が収束は遅く、従来法の方が収束が早くなっている。

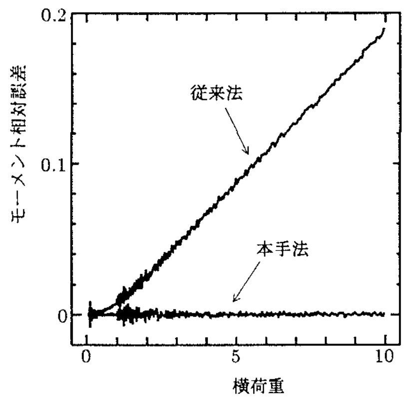


図 -3　モーメント相対誤差：本手法, 従来法

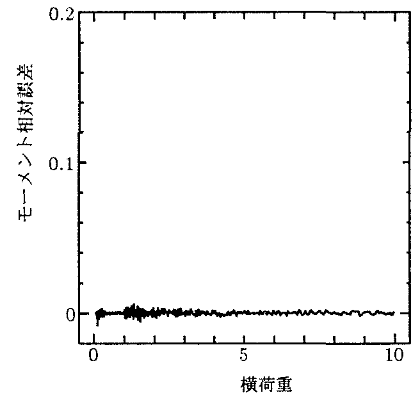


図 -4　モーメント相対誤差：従来法 + 伸び + 幾何剛性

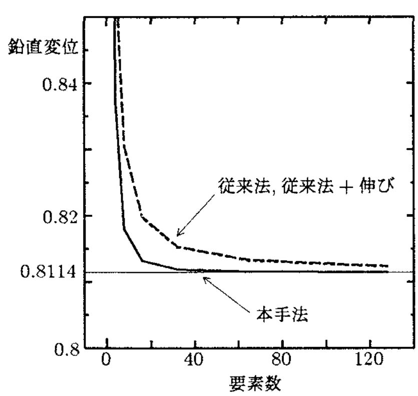


図 -5　細長比 = 100：鉛直変位の収束精度

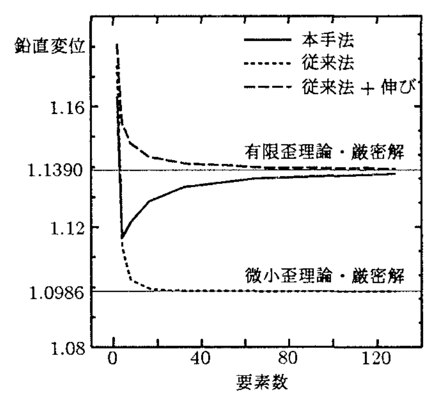


図 -6　細長比 = 5：鉛直変位の収束精度

4.　結論

従来法では接線剛性行列は非対称であり、さらに細長比が小さく、分割要素数が少なくなるほど非対称性は大きくなり、ある成分では 2 倍近く違っていた。しかし、局所系と全体系の間を仮想仕事の原理で結び付けることで分割要素数によらず、常に接線剛性行列は完全に対称となった。単なる座標変換で剛体変位を除去すると軸の伸びは近似されてしまい、局所系と全体系で外力ベクトルの仕事を等しくすることで、軸の伸びは近似されず有限ひずみ理論に収束するという結果が得られた。

参考文献

1) 後藤：鋼構造物の終局強度と設計　付録編　第 3 編, 鋼構造シリーズ 6, 土木学会, pp.15–48
2) Tetsuo Iwakuma : *TIMOSHENKO BEAM THEORY WITH EXTENSION EFFECT AND ITS STIFFNESS EQUATION FOR FINITE ROTATION*, *Computers and Structures* Vol.34 No.2, pp.239–250,1990