I －33

空間骨組解析の定式化についての一考察

東北大学工学部　〇学生員　山崎　圭
東北大学工学部　正　員　後藤　文彦
東北大学工学部　正　員　岩熊　哲夫

1.　まえがき

空間骨組の有限解析手法は有限回転角の取り扱いに様々な手法が有り、その解析手法も多数、報告されている。本研究では、有限回転角の記述には幾何学的考察の容易なオイラー角を用いるものの、最終的に解くべき増分式の節点変位ベクトルの回転成分は、空間固定座標三軸回りで表される定式化を導いた。しかし、局所系の節点外力ベクトルを全体系の節点外力ベクトルの単なる座標変換で表して定式化すると接線剛性行列が対称にはならないという問題がある。そこで、節点外力ベクトルの変換式を全体系での仕事と局所系での仕事は等しくなるという式から組み立てなおし、接線剛性行列の対称性や数値解の精度について従来の定式化と比較する。

2.　定式化

本研究では、過去に図－１のような全体系 (x, y, z) における節点外力ベクトル f と、局所系 (ξ_1, η_1, ζ_1) における節点外力ベクトル f^ℓ との関係を、オイラー角を用いた通常の座標変換 T_0 で結び付けることにより

$$\mathrm{f} = \mathrm{T}_0(\mathrm{d})\mathrm{K}\mathrm{T}_0^{\mathrm{T}}(\mathrm{d})\mathrm{r}(\mathrm{d}) \quad \cdots\cdots (1)$$

で表される定式化を導いている。ここに d は全体系での変位ベクトル、r は局所座標にたいする d の相対変位で、K は周知 の線形剛性行列である。

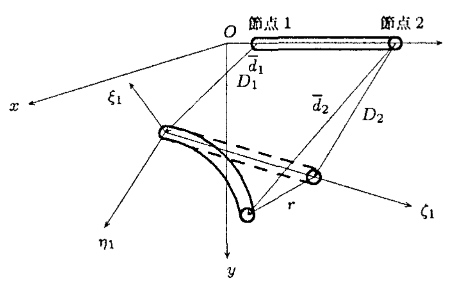


図 −1　相対変位

今回、$\mathrm{f}^{\mathrm{T}}\Delta\mathrm{d} = \mathrm{f}^{\ell\mathrm{T}}\Delta\{\mathrm{T}_0^{\mathrm{T}}\mathrm{r}\}$ なる関係から

$$\mathrm{f} = \left[\mathrm{T}_0^{\mathrm{T}}\frac{\partial \mathrm{r}}{\partial \mathrm{d}} + \frac{\partial \mathrm{T}_0^{\mathrm{T}}}{\partial \mathrm{d}}\mathrm{r}\right]^{\mathrm{T}} \mathrm{K}\mathrm{T}_0^{\mathrm{T}}\mathrm{r} \quad \cdots\cdots (2)$$

で表される定式化を新たに導いた。また、接線剛性行列 K_t の対称性を定量化して数値的に表すため、係数 s を次式で定義する。

$$s \equiv \frac{\sum\{(m_i/a - \overline{m}/a) \times (n_i/a - \overline{n}/a)\}}{\sqrt{\sum(m_i/a - \overline{m}/a)^2 \times \sum(n_i/a - \overline{n}/a)^2}} \quad \cdots\cdots (3)$$

但し、m_i、n_i はそれぞれ対角項を除く K_t の上三角、下三角成分を一次元にならべたもの、$\overline{m}$、$\overline{n}$ はそれぞれ m_i、n_i の平均、a は $\overline{m}$、$\overline{n}$ の平均である。

3.　数値解析

図－２に示すような、等曲げを受けるアーチの横倒れ座屈にたいして数値解析を行う。ヤング率は $2.00 \times 10^8(\mathrm{N/m^2})$、せん断弾性係数は $7.72 \times 10^7(\mathrm{N/m^2})$、部材長は 10.244(m)、強軸回りの断面二次モーメントは $1.1363 \times 10^{-4}(\mathrm{m^4})$、弱軸回りの断面二次モーメントは $3.871 \times 10^{-5}(\mathrm{m^4})$、断面積は $9.288 \times 10^{-3}(\mathrm{m^2})$、ねじれ定数は $5.89 \times 10^{-7}(\mathrm{m^4})$、そりねじれ定数は 5.55869 $\times 10^{-7}(\mathrm{m^6})$ とし、 64 要素で１次座屈モードを解析した。式 (1)、式 (2) で解析した座屈モーメントをそれぞれ図－３、図－４に、対応する面外変位のモード図をそれぞれ図－５、図－６に示す。また、座屈前の面内変位の影響を考慮した Vlasov の解[1)](以後修正 Vlasov の解) も併せて示す。式 (2) で計算した座屈モーメントは式 (1)

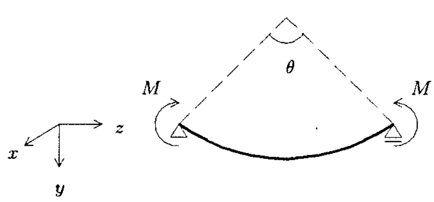
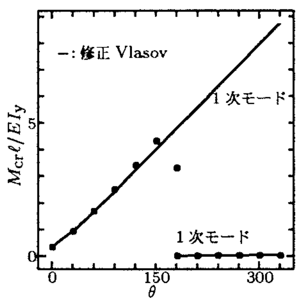
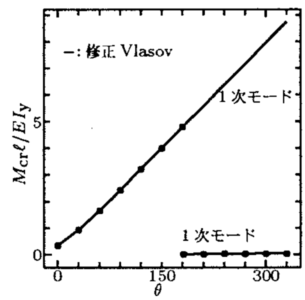


図 −2　解析モデル

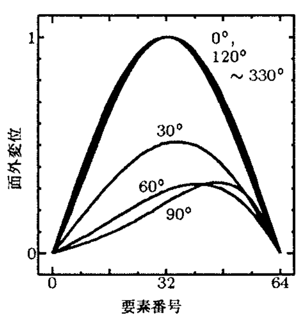
によるものと比べ修正 Vlasov の解とよく一致している。座屈モードは式 (1) で求めた場合には非対称なモードが認められるが、式 (2) で求めた場合には全て対称なモードとなっている。係数 s は、式 (2) で解析した場合は全ての開角で $s = 1.000000$ となり少なくとも数値的には接線剛性行列の対称性が満たされている。式 (1) で解析したときの s を表－1 に示すが式 (2) の場合に比べると接線剛性行列の対称性は崩れている。



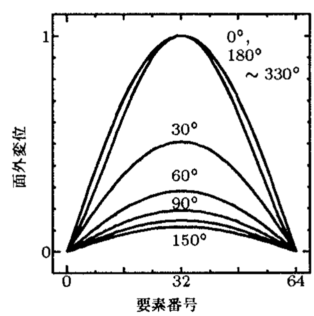
図－3　座屈モーメント：式 (1)



図－4　座屈モーメント：式 (2)



図－5　座屈モード：式 (1)



図－6　座屈モード：式 (2)

表－1　接線剛性行列の対称性を表す係数 s：式 (1)

0°	30°	60°	90°	120°	150°
0.9887623	0.996272	0.996296	0.996335	0.994156	0.989471
180°	210°	240°	270°	300°	330°
0.996925	0.996923	0.996921	0.996919	0.996918	0.990359

4.　まとめ

全体系と局所系それぞれにおける節点外力ベクトルの関係を、エネルギー原理に基づいて定式化した。従来、これら両ベクトル間の関係を単なる座標変換で表した定式化では接線剛性行列が非対称であったが、今回新たに導いた定式化では数値的には対称な接線剛性行列が得られ、解析解ともより一致することが分かった。しかし、増分式は従来のものと比べて桁違いに煩雑である。

参考文献

1) 後藤文彦、倉西茂、岩熊哲夫: Euler 角及および空間固定三軸回りの微小回転角を用いた空間骨組解析、土木学会第 48 回年次学術講演会講演概要集第 1 部、1314-1315 項、1993.