

## 軸対称を有する板及びシェルの弾塑性衝撃応答解析

岩手大学工学部 学生員 ○中住 弘樹  
 岩手大学工学部 正員 岩崎 正二  
 岩手大学工学部 正員 宮本 裕  
 岩手大学工学部 正員 出戸 秀明  
 岩手大学工学部 学生員 馬 国偉

### 1. まえがき

衝撃力を受ける構造物の力学的挙動は静的挙動に比べて複雑であり、破壊に至るまでの弾塑性衝撃挙動は構造物の種類、構造物の材料特性により異なる様相を示す。非線形時刻歴応答解析により衝撃荷重を受ける構造物内の応力波伝播の短期現象を明らかにし、破壊に至るまでの中長期的な衝撃現象を解明することは構造物の安全性を追求するうえで重要である。特に構造物の塑性解析に際して降伏条件式の選択が解析結果にかなりの影響を与えることが知られている。本論文ではこの点を考慮して、構造物の重要な基本要素である板及びシェルについて統一降伏規準を用いた FEM 弾塑性衝撃応答解析を行い、変位や応力の動的応答性状に及ぼす降伏条件、構造物の寸法比、要素分割数等の影響を明らかにしたので報告したい。

### 2. 解析理論

(1) 降伏条件式 中国西安交通大学 Yu 教授は等方性材料に対して統一強度理論を提案した。<sup>1)</sup> この理論は、線形公式と簡潔な物理的概念をもっており、3 つの主応力  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  すべての影響を考慮している。この論文で用いる統一降伏規準は統一強度理論の一部分であり金属材料に対してのみ適用される。

図-1 は、三軸応力状態での統一降伏規準による破壊曲面の  $\pi$  平面上への投影図を示したものである。  $b$  は中間主応力  $\sigma_2$  の影響を反映する材料強度パラメーターである。  $b = 0$  は Tresca の降伏規準であり、 $b = 1$  は双剪断応力降伏規準を表す。 $b = 0.5$  は Mises の降伏規準の線形近似式となっている。

(2) 動的弾塑性応答解析 軸対称の円板やシェルの衝撃応答問題に対して、荷重や境界条件も軸対称であるなら、三次元軸対称回転体の有限要素法が適用できる。動的外力  $[P]$  を受ける板やシェルの有限要素法の弾塑性運動方程式は、時間  $t_n$  に対して次式のようになる。<sup>2)</sup>

$$[M]\{\ddot{u}\}_n + [C]\{\dot{u}\}_n + [K]\{u\}_n = [P]_n \quad (1)$$

ここで  $[K]$  は材料の剛性が時間とともに変化する剛性マトリックス、

図-1 統一降伏規準

$[C]$  は減衰マトリックス、 $[M]$  は質量マトリックスを表す。ドットは時間に関する微分を表す。この非線形運動方程式は、時間増分と反復法を組み合わせた Newmark の  $\beta$  法を用いて解いている。

### 3. 解析モデル

図-2 に示すような両端固定の浅い冠状球シェルに衝撃等分布ステップ荷重（図-3）を作成させ、弾性及び弾塑性動的応答解析を行った。数値計算に際しては、曲率半径  $R = 577mm$ 、シェル厚  $h = 10.4mm$ 、半角  $\alpha = 22.67^\circ$ 、ステップ荷重  $q = 4.137 \times 10^6 N/m^2$  の値を用いた。図-4 に示す軸対称単純支持円形板は、 $c = 0.1m$  の荷重幅で図-2 と同様にステップ荷重（図-3）を作成させ解析した。数値計算に際しては、円形板の寸法比、要素分割数等の影響を検討するため表-1 に示すような 7 つのケースについて計算を行った。

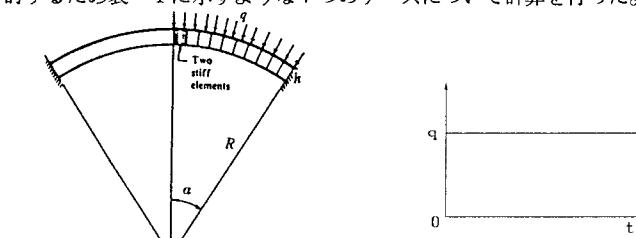


図-2 浅い冠状球シェル  
 $E = 17.24 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  
 $\sigma_0 = 165 \text{ MPa}$ ,  $\rho = 267.0 \text{ kg/m}^3$

図-3 ステップ荷重

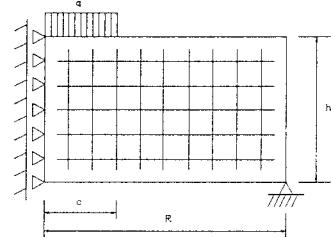


図-4 軸対称円形板  
 $E = 207 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  
 $\sigma_0 = 345 \text{ MPa}$ ,  $\rho = 798.8 \text{ kg/m}^3$

表-1 軸対称円形板の検討モデル

	CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4	CASE 5	CASE 6	CASE 7
$h(\text{cm})/R(\text{cm})$	1/50	5/50	5/50	5/50	5/50	10/50	5/25
要素数 (横×縦)	25 × 1	25 × 5	50 × 10	50 × 5	25 × 10	25 × 10	25 × 5

#### 4. 解析結果

図-5は図-2に示す冠状球シェルの中央点の変位応答曲線である。弾性応答曲線は正負の振動曲線となっているが、弾塑性応答曲線は負の変位を生じない。立ち上がりを除いて弾塑性応答曲線は弾性応答曲線よりも大きな変位応答となっている。 $b=1$ の双剪断応力規準による応答曲線は、 $b=0$ のTrescaの応答曲線よりも大きな応答値となっており、 $b=0.5$ のMises規準の近似応答曲線はこれらの応答の中間の値となっている。

図-6は軸対称円形板の中央部下端の変位応答曲線を表したものである。図-5と同様に弾塑性応答曲線は弾性応答曲線よりも大きな変位応答を示している。

四本の応答曲線の振動周期はほぼ同じであるが、図-5の場合と異なり、 $b=1$ の応答曲線は $b=0$ の応答曲線よりも小さな変位応答となっている。

図-7は、表-1で表されるCASE 2の場合の弾性解析とMises規準による中央点下端の半径方向応力と垂直応力の応答曲線を表したものである。半径方向の応力応答曲線ではMises規準による弾塑性応答曲線は弾性応答曲線の約半分の値となっている。それに対して垂直方向の応力応答曲線では、Mises規準による弾塑性応答曲線が弾性応答の約二倍の値になっている。

図-8は、応力の応答曲線に及ぼす板の厚さの影響を検討するために、CASE 6のモデルに変えてMises規準により弾塑性応答解析した結果である。板厚が2倍に増えたために図-8に示す半径方向の応力応答曲線は、図-7に示す半径方向応力曲線の周期に比べて短くなるとともに、針の様な細かい形状の波形が増える傾向にある。

尚、表-1におけるCASE1, 3, 4, 5, 7の解析結果は紙面の都合上省略する。

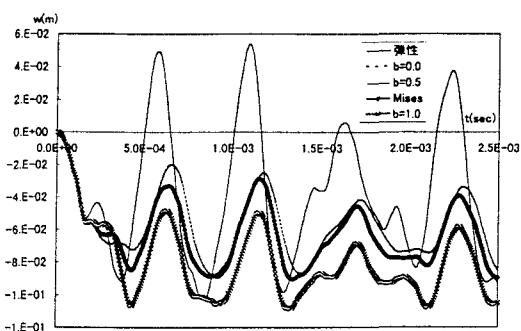


図-5 冠状球シェル中央点の変位応答曲線

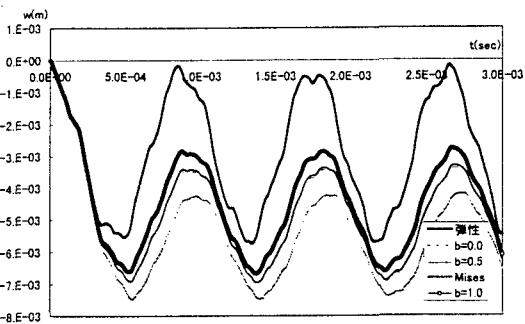


図-6 軸対称円形板(CASE 2)の変位応答曲線

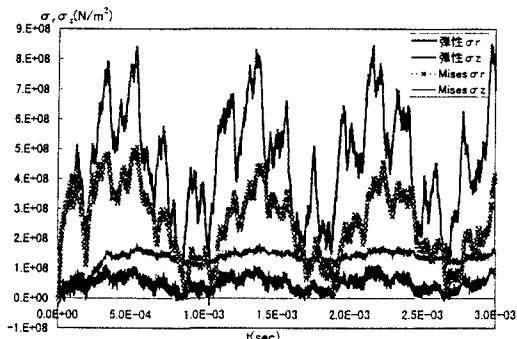


図-7 軸対称円形板(CASE 2)の応力応答曲線

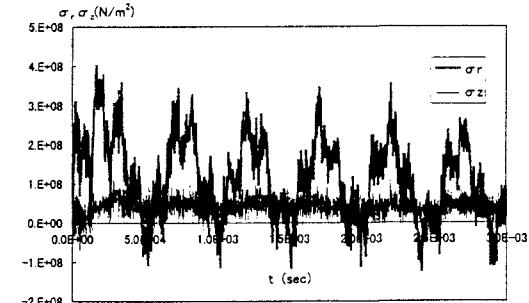


図-8 軸対称円形板(CASE 6)の応力応答曲線

#### 5. あとがき

本論文では、はじめて統一降伏規準を用いて衝撃荷重を受ける軸対称を有する円形板及び冠状球シェルの動的弾塑性応答解析を行った。弾塑性変位応答は弾性変位応答に比較してかなり大きな変位応答になることが明らかになるとともに、衝撃応答特性が降伏基準の選択により大きな影響を受けることが分かった。

#### 参考文献

- 1) Yu Mao-hong : New System of Strength Theory , Xian Jiaotong University Press , 1992
- 2) Hou-Chuang : Static and dynamic analyses of plates and shells , theory , software and applications  
Printed by J . W Arrowsmith Ltd , Bristol , U . K . , 1989