

ケーブルの簡易非線形振動解析法とその応用

東北大学 学生員 ○高木 努
 東北大学 正 員 岸野 佑次
 東北大学 正 員 京谷 孝史
 (財)電力中央研究所 正 員 清水 幹夫

1 はじめに

ケーブルの力学特性として、剛性が小さく幾何学的非線形性を有することが挙げられる。したがってケーブルの動的挙動を把握するためには非線形解析を行う必要があり、有限要素法による非線形3次元解析¹⁾を行うことが一般的である。ここではケーブルの動的挙動の基本的特質を把握することを目的とし、より簡易的な非線形解析を試みた。本文においては、復元力項に非線形性を考慮したケーブルの2自由度1質点系の2次元解析法を提案し、正弦波外力に対するケーブルの動的挙動の検討結果を示す。

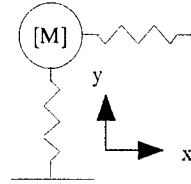


図-1 解析モデル

2 解析方法

ここでは非線形強制振動方程式として、復元力項に非線形性を考慮した方程式を取り扱う。図-1のようなケーブル断面に着目したモデルに対して、運動方程式のマトリクス表示は次式で与えられる。

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [F(u)] = [P] \quad (1)$$

ここで、非線形項については、実際のケーブルにおける水平および鉛直方向の連成を考慮して、

$$[F(u)] = \begin{pmatrix} F_X(u_x, u_y) \\ F_Y(u_x, u_y) \end{pmatrix} \quad (2)$$

とおく。式(1)は非線形性を含んでいるため陽に解くことはできないので、Newmarkの β 法およびNewton-Raphson法を用いた数値解析を行う。ここでNewton-Raphson法を用いるために、式(1)の増分形の方程式を次のようにおく。

$$[M]\Delta\ddot{u} + [C](\Delta\dot{u}) + \frac{d[F(u)]}{d(u)}(\Delta u) = \Delta[P]$$

$$\frac{d[F(u)]}{d(u)} = \begin{pmatrix} \frac{dF_X(u_x, u_y)}{du_x} & \frac{dF_X(u_x, u_y)}{du_y} \\ \frac{dF_Y(u_x, u_y)}{du_x} & \frac{dF_Y(u_x, u_y)}{du_y} \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここでケーブルを弾性体とみなせば、式(2)の関数 F_X 、 F_Y は、

$$\frac{dF_X(u_x, u_y)}{du_y} = \frac{dF_Y(u_x, u_y)}{du_x} \quad (4)$$

を満たす必要がある。以上のような定式化に基づき、数値解析を行った。

3 解析モデル

解析に用いた復元力項は、3次式で近似することにした。式(2)は、

$$F_X(u_x, u_y) = a_0 + a_1 u_x + a_2 u_y + a_3 u_x^2 + a_4 u_x u_y + a_5 u_y^2 + a_6 u_x^3 + a_7 u_x^2 u_y + a_8 u_x u_y^2 + a_9 u_y^3$$

$$F_Y(u_x, u_y) = b_0 + b_1 u_x + b_2 u_y + b_3 u_x^2 + b_4 u_x u_y + b_5 u_y^2 + b_6 u_x^3 + b_7 u_x^2 u_y + b_8 u_x u_y^2 + b_9 u_y^3 \quad (5)$$

となる。また、ケーブルに加える正弦波外力を次のように定める。

$$[P] = \begin{pmatrix} P_0 \cos(\theta) \\ P_0 \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$P_0 = A \sin(2\pi f t) \quad (7)$$

ケーブルの復元力項の係数を決定するに当たって、形状、弱非線形性を考慮し、式(5)の復元力係数を次表のように定め、数値実験を行った。

表-1 復元力の係数

a0 (kN)	0.00	b0 (kN)	0.00
a1 (kN/m)	0.76	b1 (kN/m)	0.00
a2 (kN/m)	0.00	b2 (kN/m)	1.38
a3 (kN/m ²)	0.00	b3 (kN/m ²)	-0.31
a4 (kN/m ²)	-0.61	b4 (kN/m ²)	0.00
a5 (kN/m ²)	0.00	b5 (kN/m ²)	-0.92
a6 (kN/m ³)	0.31	b6 (kN/m ³)	0.00
a7 (kN/m ³)	0.00	b7 (kN/m ³)	0.31
a8 (kN/m ³)	0.31	b8 (kN/m ³)	0.00
a9 (kN/m ³)	0.00	b9 (kN/m ³)	0.31

また、実際の電線について得られた固有振動数($f_0=0.780\text{Hz}$)を用い、これをもとに質点の換算質量を算出し、 $m_{11}=m_{22}=0.0577$ とした。なお、減衰は0とした。

4 解析結果と考察

4-1 線形解析との比較

線形と非線形の比較を行った。線形の場合は復元力の係数にb2を用いた。外力の定数を $\theta=90^\circ$ 、 $f=0.780$ (Hz)とし、Aを1、10(kN)とした時の鉛直変位/外力の振幅を図-2、図-3に示す。太線はA=10、細線はA=1であ

る。線形の場合振幅によらず、共振状態の典型的な振動を示すが、非線形の場合振幅の大きさによって振動形態も変化する。また、図-3で分かるように外力が大きくなるほど非線形性が強くなる振動形態を示している。これは、弱非線形性の典型といえる。

4-2 鉛直最大変位

非線形性が強い領域のケーブルの挙動を知るために、 $A=10$ (kN) において θ を 0° , 30° , 45° , 60° , 90° とし f を変化させた場合の鉛直方向の最大変位を図-4に示す。同図より、鉛直方向に加振した $\theta=90^\circ$ の変位が最大を示しているのが分かる。また、ピークは $f \approx 2.3$ ($=3f_0$) に現われているのが分かる。これは、非線形振動が卓越した振動数により振動しているからである。

4-3 時系列データ

4-2においてピークを示した $\theta=90^\circ$, $f=2.33$ (Hz), $A=10$ (kN) における時刻歴、パワースペクトル、相関関数を図-5、図-6、図-7に示す。図-5では、非線形性が強く、うなりの様なものが生じている。図-6より、振動数が2.33に最大ピークが生じているが、その他にもいくつかのピークが観察される。これは、非線形振動の場合、線形の場合と違いいくつかの振動数に支配された動的特性をもつことを意味する。図-7より、うなりを生じながら収束している。これは、波形が不規則であることを意味している。これらのデータはカオスの判定に用いられるが、図-6では、各々のピークの振動数が $f=2.33$ (Hz) の n/m 倍 (n, m : 正の整数) に対応しており、図-7からは、収束が早く、不規則ではあるがカオスの発現には至っていないと考えられる。

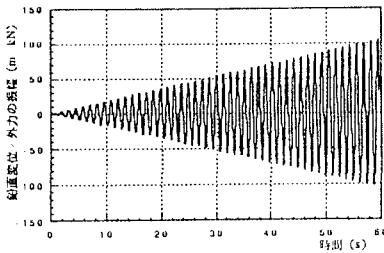


図-3 鉛直／外力の振幅（線形）

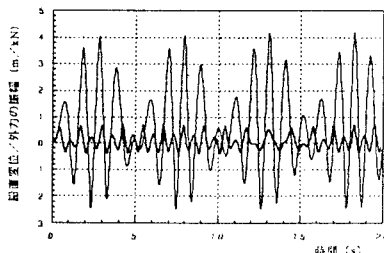


図-4 鉛直／外力の振幅（非線形）

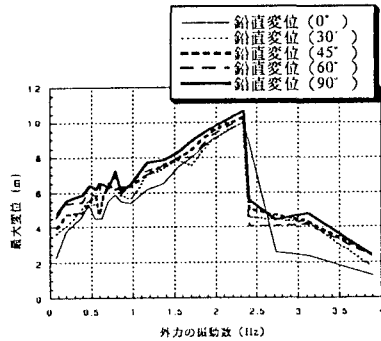


図-5 鉛直最大振幅

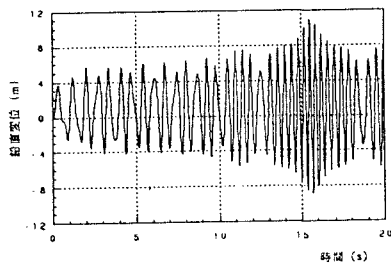


図-6 時刻歴

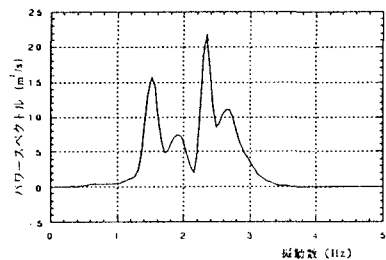


図-7 パワースペクトル

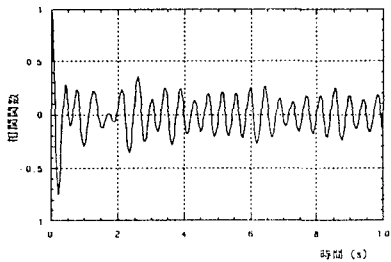


図-8 相関関数

参考文献

- 1) 清水幹夫, 石川智巳, 高橋毅, 泉邦和, 佐藤順一, 横山一雄: 幾何学的非線形性を考慮した送電線のストリートジャンプの解析, 構造工学論文集, Vol.41B(1995)
- 2) 山口宏樹, 宮田利雄, 伊藤学: 正弦波外力を受けるケーブルの時間応答解析, 土木学会論文報告集, No308(1981)