

変形の局所化を持つ構成モデルとその応用

東北大学大学院 ○学生員 白戸 真大
 東北大学工学部 正 員 岩熊 哲夫
 東北大学工学部 正 員 中沢 正利

1. まえがき

鋼片の引張り試験では、絞り等の大変形を伴いながら、すべり線のような局所化した変形が観察される。しかしながら、変形の局所化の進展を数値的に追跡することは、有限要素を細かくすればするほど変形が厚さ零の領域に集中していくメッシュ依存性の問題等があり、現状では非常に困難である。

よって本研究では、変形の局所化を、速度勾配の不連続面としてのせん断帯でモデル化し、せん断帯発生条件を満足した後、その初期特性曲面を二重すべり面とするようなメカニズムがさらに追加され、変形速度が弾性と塑性と二重すべりの和となる構成モデルを考え、変形の局所化を数値的に追跡することを試みる。

2. 基礎方程式

本研究で考えている変形の局所化は、Hill and Hutchinson¹⁾の研究にあるような速度勾配の不連続の発生として捉え、「せん断帯」不連続面が存在しうる条件を変形の局所化発生基準とする。 ν をこの不連続面の法線ベクトルとすれば、表面力の連続条件から、

$$\langle \dot{n}_{ij} \rangle \nu_i = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

が成立しなければならない。ここに、 $\langle \cdot \rangle$ は不連続面を跨いだ飛び移り量を表す。nominal 応力速度 $\dot{n}_{ij}$ と速度勾配 $v_{k,l}$ を関係づける構成則、

$$\dot{n}_{ij} = F_{ijkl} v_{k,l} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と式 (1) とより、せん断帯発生条件は次式を満足する実数の ν が存在することである。

$$\det [\nu_i F_{ijkl} \nu_l] = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

弾塑性体が式 (3) の局所化発生条件を満たしたとき、その特性平面を二重すべり面³⁾とするようなメカニズムがさらに追加されると考え、その後、変形速度は次の3成分の和で表わされるとする。

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p + \mathbf{d}^m \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\mathbf{d}^m$ は、新たに追加されたメカニズムである二重すべり面上のすべり変形による変形速度である。そして、二重すべりモデルのすべり面方向は、せん断帯発生条件 (3) を満足したとき、同式から得られる ν を法線方向とする向きに決定され、その後すべり面は、二重すべりモデル³⁾の枠内で発展する。最終的に、式 (4) の逆を取ることで微視すべり面発生後の構成則を得る事ができる。

弾性特性に Hooke の等方弾性体、塑性の構成則としては、局所化の発生に特に影響を及ぼすといわれている非共軸性の修正を加えた J_2 流れ則²⁾を用いると、材料が降伏し、局所化発生条件を満足するまでの $\mathbf{F}$ の具体形は、

$$F_{ijkl} \equiv C_{ijkl} + L_{ijkl} \quad \dots\dots\dots (5)$$

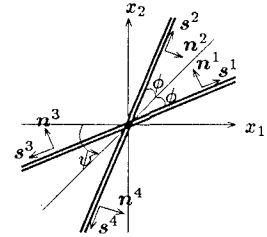


図-1 二重すべりモデル

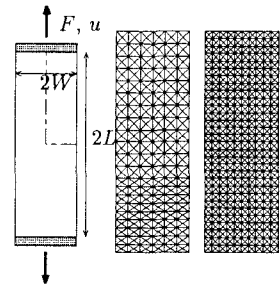


図-2 解析対象と有限要素メッシュ

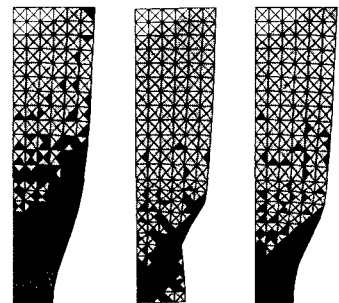


図-3 変形状 (504 要素), $\Delta u/L = 0.2$

$$C_{ijkl} \equiv \bar{\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{kj}) + \left(\kappa - \frac{2}{3}\bar{\mu}\right)\delta_{ij}\delta_{kl} + (\mu - \bar{\mu})\frac{\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2} \\ - \frac{1}{H + \mu + \kappa\beta\alpha} \left\{ \mu \frac{\sigma'_{ij}}{\bar{\sigma}} + \kappa\beta\delta_{ij} \right\} \left\{ \mu \frac{\sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}} + \kappa\alpha\delta_{kl} \right\} \\ L_{ijkl} \equiv \sigma_{ij}\delta_{kl} - \frac{1}{2}(\delta_{ik}\sigma_{lj} + \delta_{il}\sigma_{kj}) + \frac{1}{2}(\delta_{jk}\sigma_{li} - \delta_{jl}\sigma_{ki})$$

となる。ここに、 α 、 β は、それぞれ内部摩擦係数とダイレタンシー係数、 H は硬化係数、 $\bar{\mu} = (\mu^{-1} + 2A)^{-1}$ で A が非共軸性を代表するパラメーターである。局所化発生条件を満足した後は、

$$F_{ijkl} \equiv C_{ijkl} + L_{ijkl} - (C_{ijmn}p_{mn}^{\alpha} + q_{im}^{\alpha}\sigma_{mj} + q_{jm}^{\alpha}\sigma_{mi}) \\ \times (h^{\alpha\beta} + p_{ij}^{\alpha}C_{ijkl}p_{kl}^{\beta})^{-1}p_{pq}^{\beta}C_{pqkl} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 p^{α} 、 q^{α} は図-1 の n^{α} 、 s^{α} を用いて定義される幾何量で、 $p_{ij}^{\alpha} \equiv (s_i^{\alpha}n_j^{\alpha} + s_j^{\alpha}n_i^{\alpha})/2$ 、 $q_{ij}^{\alpha} \equiv (s_i^{\alpha}n_j^{\alpha} - s_j^{\alpha}n_i^{\alpha})/2$ である。また、 $h^{\alpha\beta}$ はすべり面上の硬化係数である。

3. 解析例

ここでは、平面ひずみ引張り試験を例題として取り上げる⁴⁾。図-2 のように、縦横比 $L/W = 3$ の平面ひずみブロックを、両端拘束下で軸方向に引っ張る問題を有限変形有限要素解析により 1/4 解析する。メッシュは 504 要素と 1200 要素の二種類で、境界条件は、下面は横方向ローラー、左側面は軸方向ローラー、右側面自由、上端は固定かつ軸方向に強制変位 $\Delta u/L$ を与える。材料の硬化特性は、文献⁴⁾に近くなるよう $\bar{\sigma} = (1 + \nu)^n \bar{\epsilon}^n$ と設定した。ここに、 $n = 0.0625$ 、 $\nu = 0.3333$ 、 $\bar{\sigma}^2 = \sigma'_{ij}\sigma'_{ij}/2$ 、 $\bar{\epsilon}^2 = \sum 2(d_{ij}^e + d_{ij}^p)'(d_{ij}^e + d_{ij}^p)'$ である。よって、 $\alpha = \beta = 0$ 、 $H = d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}$ 、 $A^{-1} = \bar{\sigma}/\bar{\epsilon}$ と与える。また、初期降伏ひずみ $\gamma \equiv \tau/\mu = 0.003$ とした。ここに、 τ は初期降伏せん断応力である。また、すべり面の硬化係数は、局所化発生後、材料はより柔なものとなると考え $h^{\alpha\beta} = 0.1H\delta^{\alpha\beta}$ とした。

図-3、4 が 20% 変形時の要素形状である。色の濃い順に、二重すべり面を有している要素、載荷、除荷、白色が未降伏の要素を表す。ここで、共軸とは $A = 0$ として解析したもので、局所化発生条件を満たす要素は存在しない。一方、非共軸性を入れて解析すると、10% 変形時に局所化発生条件を満たす最初の要素が発生する。非共軸モデルでは、二種類のメッシュ間で、くびれ部の形状が明らかに異なった結果が得られるメッシュ依存性が観察される。また、いずれのメッシュを用いた場合も、ある特定の要素列に変形が集中することなくくびれが進展する。それに対し、共軸モデル、本解析の構成モデルの場合、二種類の要素で変形形状がほとんど変わらず、メッシュ依存性は観察されない。共軸モデルは、くびれが明確でないのに対し、本解析で提案するモデルは、ある特定の要素列のみが大変形をすることなく明確なくびれ形状が得られる。

図-5 は、 $e^2 = \sum 2(d_{ij}^p + d_{ij}^m)'(d_{ij}^p + d_{ij}^m)'/\gamma$ で定義する無次元化相当非可逆ひずみ e の分布である。当然、共軸・非共軸モデルでは $d_{ij}^m = 0$ である。本解析で提案する構成則と非共軸モデルの両者は、ひずみが帯状の領域に集中していることがわかり、ひずみの局所化が起こっていることを表している。しかしながら、微視的な変形の局所化を反映していない非共軸モデルでは、変形が集中する場所が有限要素に依存することから、得られたひずみ分布は本当の変形の局所化を予測していない可能性がある。よって、本解析のように微視的な観点から変形の局所化を反映した構成モデルが変形の局所化解析には必要である。

参考文献

- 1) Hill, R. and Hutchinson, J. W.: Bifurcation phenomena in the plain tension test. *Int. J. Mech. Phys. Solids* vol.23, pp.421-441, 1975.
- 2) Iwakuma, T. and Nemat-Nasser, S.: An analytical estimate of shear band initiation in a necked bar, *Int. J. Solids Structures* Vol.18, pp.69-83, 1982.
- 3) Asaro, R. J.: Micromechanics of Crystals and Polycrystals, *Advances in Appl. Mech.* Vol.23, pp.1-115, 1983.
- 4) 神馬 敬, 富田 佳宏, 島村 三郎: 変形問題に対するベンチマークテスト報告集, 日本塑性加工学会, 1986.

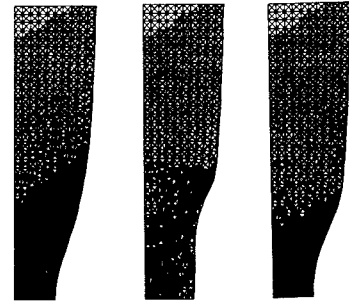


図-4 変形形状 (1200 要素), $\Delta u/L = 0.2$

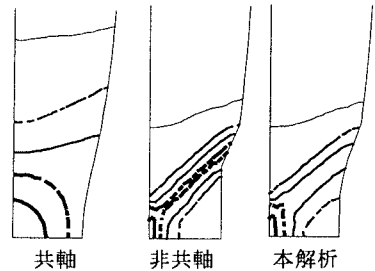


図-5 相当非可逆ひずみ e , $\Delta u/L = 0.15$