

I - 3

粒状体の分岐挙動の解明

東北大学工学部 学生員 ○高橋 加代子
東北大学工学部 正会員 池田 清宏

1. 序論

粒状体の滑り線形成、破壊のメカニズムが、分岐により支配されていることが明らかになってきている。例えば、Ikeda,Goto¹⁾は粒状体の挙動に影響を及ぼす不確定要因を初期不整として捉え、応力比-ひずみ曲線に分岐方程式により近似する漸近近似法も提案している。さらに、Ikeda,Chida,Yanagisawa²⁾は、分岐現象において一般に計測される変位が、分岐モードの変位と同じオーダー位大きいものと、2乗のオーダー位小さいものと2種類に分類され、砂の三軸圧縮試験機で計測される変位は、後者であることを明らかにし、実験で得られた応力-ひずみ曲線に対して漸近法を適用している。本論文では、砂の支持力実験³⁾に分岐点探査法を適応し、漸近則と比較・検証し、さらに実験曲線への近似を行う。

2. 理論

土のせん断試験で計測される一般的な変位についての分岐方程式は、

$$\left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{1/2} \delta P + p \left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{3/2} + q\epsilon + \text{h.o.t.} = 0 \quad (1)$$

で表される。ここに、 P は荷重パラメータ、 ϵ は初期不整変数、 $\delta u \equiv u - u_c^0$ 、 $\delta P \equiv P - P_c^0$ 、 u は変位、点 (u_c^0, P_c^0) は完全系 ($\epsilon = 0$) の分岐点である。 p と $q\epsilon$ は分岐方程式の展開係数をスケリングした定数、 $E = 1/r$ は完全系の主経路の傾きを表す定数である。これらの値を決めることにより、応力-ひずみ曲線を近似する。

ところで、分岐する系の初期不整による強度の低下量 δP_c に関する Koiter の 2/3 乗則は

$$\delta P_c \equiv P_c - P_c^0 \sim -\frac{3p^{1/3}q^{2/3}}{2^{2/3}}\epsilon^{2/3} \quad (2)$$

により与えられる。Koiter 則を一般化するため、直線 $\delta P + h_i \delta u = 0$ を式 (1) に代入すると、変位に関する初期不整の 2/3 乗則

$$\delta u|_{\delta P + h_i \delta u = 0} = \frac{\text{sign}(\delta u) q^{2/3}}{\left[\text{sign}(\delta u) h_i \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3}} \epsilon^{2/3} \quad (3)$$

が求まる。 $\delta u|_{\delta P + h_i \delta u = 0}$ は、直線と解曲線との交点における変位と分岐点の変位との差を表し、 $\text{sign}(\delta u)$ は、その符号である。式 (2) と (3) から ϵ を消去すると、

$$\delta P_c \sim \frac{3 \text{sign}(\delta u)}{2^{2/3}} p^{1/3} \left[\text{sign}(\delta u) h_i \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3} \delta u|_{\delta P + h_i \delta u = 0} \quad (4)$$

という変位と荷重という 2 つの物理量の間の漸近則が求まる。 $i = 1, 2, \dots$ と数本の直線を考え、式 (3) を複数组連立して解くことにより、複数のパラメータ p 、 $q\epsilon$ 、 E が求まる。これらは直線が分岐点から下ろしたものであるときのみすべて一致するから、一致の程度の指標として分散をとると分散が小さくなる点に分岐点と考えられる。同時に式 (1) のすべてのパラメータ p 、 $q\epsilon$ 、 E が得られ、これらの値を式 (1) に代入することで、応力-ひずみ曲線が近似できる。

3. 解析

砂の載荷実験³⁾より得られた荷重-沈下曲線に分岐点探査法を適応する。この実験は、豊浦標準砂の遠心載荷装置による三次元基礎を用いた支持力実験で、サンプル B2-1、B2-2、B2-3 は幅 3 cm の正方形基礎で載荷実験を行ったものである。実験で得られた荷重-沈下曲線を図-1に示す。

(1) 解析方法

実験で得られた荷重－沈下曲線において、式(4)の漸近則を満たす点を検索する。その点の近傍で分岐点探索法を適用し、分散が極小になる点と漸近則により求めた分岐点と比較する。解析で得られた結果を式(1)に代入し、実験曲線を近似する。

(2) 解析結果及び考察

点(3.5,8.5)を分岐点とし、式(4)の漸近則を実験曲線に対して適用した。これにより得られた相関関係を図-2に示す。次に各々の曲線に対し、図-1に点線で示した範囲で分岐点探索を行ったところ、得られたパラメータの分散が極小となる点と、漸近則で得られた分岐点の位置が一致した。パラメータの分散の分布図を図-4に示す。探索により得られたパラメータは $p = 0.276$, $E = 2.499$, $q\epsilon$ はそれぞれ B2-1 で 0.847, B2-2 で 3.851, B2-3 で 2.851 となった。 δP_c と初期不整量に関するパラメータ $q\epsilon$ が、式(2)の Koiter の 2/3 乗則によく適合している。探索で得られたパラメータと分岐点を式(1)に代入し、実験曲線を近似したものを図-3に示す。3本の実験曲線に対し近似曲線が比較的良好に一致しており、それぞれのサンプルにおける最大支持力の差は、初期不整量の違いであったといえる。

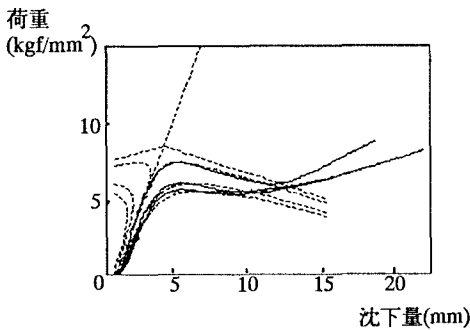


図-3 解曲線の近似

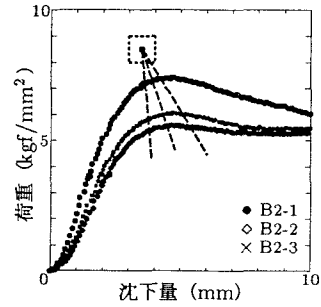


図-1 荷重－沈下量曲線と探索領域

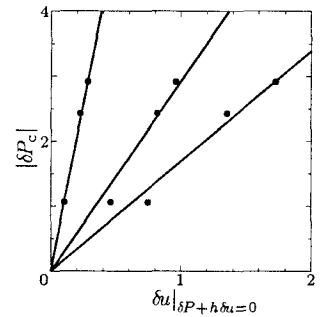


図-2 $\delta u|_{\delta P+h+\delta u=0}$ と $|\delta P_c|$ の相関図

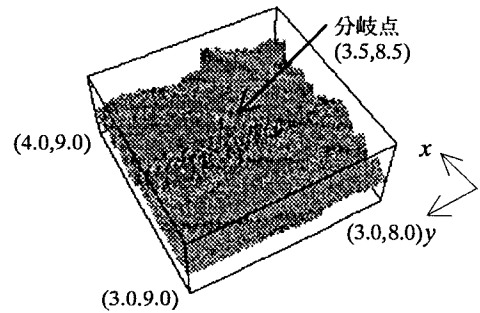


図-4 探索領域内での $\text{Var}[E]$ の分布

4. 結論

砂の載荷実験において、分岐点探索法を適用することで、耐荷力の低下が初期不整に影響されていることが明らかになり、理論の妥当性が示された。

参考文献

- 1) 池田清宏, 岩熊哲夫, 中沢正利, 後藤聡, 堀宗朗: 初期不整感度則による分岐特性の漸近近似法, 構造工学論文集, Vol.39 A, 1993.
- 2) Ikeda, K., Chida, T., Yanagisawa, E.: Imperfection sensitive strength variation of soil specimens, Preprint, 1996.
- 3) 樋口雄一, 川崎宏二: 密な砂地盤における長方形基礎の支持力特性と地盤の三次元的破壊形状, 大成建設技術研究所報, Vol.28, 1995.