

I - 1

トラスドーム構造系の耐荷力の初期不整の依存性

東北大学工学部 学生員 ○向後 伸章
東北大学工学部 正会員 池田 清宏

1. 序論

トラスドーム構造系の耐荷力が初期不整に依存していることを Koiter の $2/3$ 乗則¹⁾や正規分布する初期不整を持つ系の強度変動理論²⁾等の分岐理論を用いて検証する。

2. 解析

単純不安定対称分岐点に支配されるドーム1(図-1)と2重分岐点に支配されるドーム2(図-2)の2種類に対して解析を行った。但し、ドームの各部材はすべて同一の弾性定数 E と断面積 A をもつものとし、ドーム1は各自由節点に鉛直荷重 P を、ドーム2は頂点に $0.5P$ 、その他の自由節点に鉛直荷重 P を作用させ、その有限変位・分岐解析を文献³⁾のプログラムを用いて行った。初期不整は、大きさを与えるスカラー ε とパターンを表すベクトル d の積で表され、 d は文献⁴⁾を参考にして式(1)で与えた。

$$d = w_0 \times \left(1 - \left(\frac{S}{S_{\text{imp}}} \right)^2 \right)^3, \quad w_0 = L_0/675 \times \text{正規乱数} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 S は任意の節点のドームの中心からの水平距離、 S_{imp} はドームの底の半径、 L_0 はドームの代表的な部材の長さである。

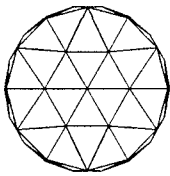


図-1 ドーム1の立面図と平面図

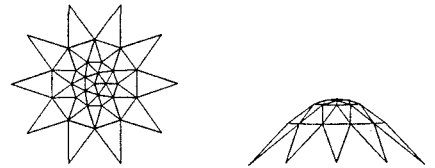


図-2 ドーム2の立面図と平面図

3. 解析結果及び考察

(1) 初期不整感度則

Koiter の初期不整感度則は対称分岐を起こす構造物の耐荷力が初期不整の $2/3$ 乗に比例して低下する法則である。そこで、 d を一定として、 ε が $0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ の4種類の初期不整を与えて初期不整感度則との検証を行い、耐荷力 P と $\varepsilon^{2/3}$ の関係を図-3に示す。また、同様の解析を d を変えて5ケース行ったが、相関係数はいずれも 0.99 以上と相関の良さが認められ、本理論の妥当性が検証された。

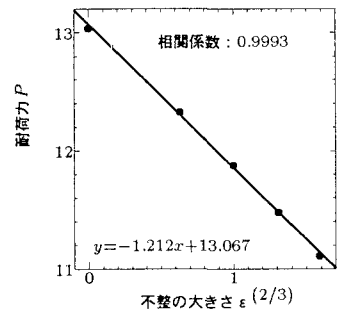


図-3 初期不整感度則

(2) 漸近則

特異点近傍では、変位と荷重の間に

$$\delta P \sim -\eta \delta u|_{\delta P+h\delta u=0} \dots\dots\dots (2)$$

で表される比例関係(漸近則)が成り立つ。ここで η は定数、 δu 、 δP は分岐点から不完全系の荷重変位曲線上の極大点の近傍に直線を下ろした交点と分岐点との変位の差、耐荷力の差を表す。 δu と δP の関係を図-4に示す。図中の直線は原点を通る直線を表し、結果とは比較的高く、漸近則の妥当性を示している。

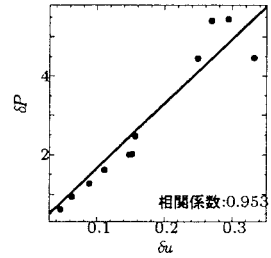


図-4 δu と δP の相関図

(3) 確率密度関数

不整の大きさ ε を一定のもとで、正規乱数をドーム1では100個、ドーム2では50個発生させた際の正規座屈荷重と確率密度関数に関する確率分布のヒストグラムと確率密度関数を図-5と図-6に示す。確率密度関数の曲線とヒストグラムは2本とも比較的良好一致しており、本解析の妥当性の一端を示している。なお、これらの図を得る際に式3に基づいて正規化を行った。

$$\zeta = (f_c - f_c^0)/(C_0\sigma^p) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ζ は正規座屈荷重、 f_c は座屈荷重、 f_c^0 は完全系の座屈荷重、 $C_0\sigma^p$ はある種の分散を表す変数である。また、単純不安定対称分岐点の確率密度関数を式(4)、2重分岐点の確率密度関数を式(5)に示す。

$$f_{\zeta}(\zeta) = \frac{3|\zeta|^{1/2}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-|\zeta|^3}{2}\right), \quad -\infty < \zeta < 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$f_{\zeta}(\zeta) = \frac{3\zeta^2}{2} \exp\left(\frac{-|\zeta|^3}{2}\right), \quad -\infty < \zeta < 0 \dots\dots\dots (5)$$

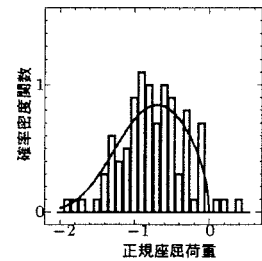


図-5 ドーム1の耐荷力分布

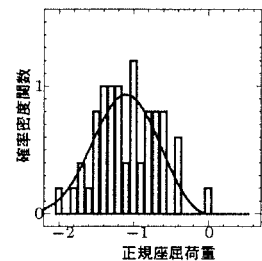


図-6 ドーム2の耐荷力分布

4. 結論

- 初期不整感度則を用いた検定の結果、本解析で用いた初期不整は妥当なものであった。
- 漸近則による検定の結果、漸近則の妥当性が示された。
- 耐荷力の確率密度関数とヒストグラムは比較的一致しており、理論の妥当性を検証できた。

参考文献

- 1) Koiter, W.T. (1945): On the stability of elastic of elastic equilibrium, *Ph. D. Dissertation*, Delft, Holland (English translation: NASA Tech. Trans. F10: 833, 1967) *Proc. of JSCE*, No.344/I-1, 39-53.
- 2) 池田清宏, 室田一雄, 丸山久一, 柳澤栄司: 材料の強度変動の統計理論, 構造工学論文集, 41A, pp. 475-484, 1995.
- 3) Nishino, F., Ikeda, K., Sakurai, T. and Hasegawa, A. (1984): A total Lagrangian nonlinear analysis of elastic trusses, *Proc. of JSCE*, No.344/I-1, 39-53.
- 4) Kato, S. and Mutoh, I. (1996): Influence of local imperfections on buckling strength of reticulated shells, 構造工学論文集, 42A, pp. 147-158, 1996.