

2軸曲げを受ける合成柱の弾塑性解析

秋田大学 学生員 ○福島 美幸
前田製管（株） 正会員 佐藤 仁
秋田大学 フェロー 川上 洵

1. まえがき

コンクリート、形鋼及び鉄筋よりなる合成柱に軸力及び2軸曲げが作用するとき、各材料に非線形の構成方程式を適用し、断面に生じるひずみ及び応力を明らかにしたものである。

2. 解析理論

2.1 仮定

1) 平面保持の法則が成り立つ。2) コンクリートの引張り抵抗を無視する。3) コンクリート及び鋼材の応力-ひずみ関係は図-1と図-2のような形とする。4) 軸力は引張のときを正、曲げモーメント M_x 、 M_y については、図-3の方向を正とする。

2.2 コンクリート及び鋼材の応力

図-3の任意形断面を持つ合成柱に軸力 N 、 x 軸についての曲げモーメント M_x 、 y 軸についての曲げモーメント M_y が作用するとき任意点 (x, y) のコンクリートの圧縮応力度は式(1)で与えられる。

$$\sigma_c = \begin{cases} -\sigma_c \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2 + 2\sigma_{c1} \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right) & (0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c1}) \\ \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{\epsilon_{c1} - \epsilon_{c2}} \epsilon_c + \frac{\sigma_{c2} \epsilon_{c1} - \sigma_{c1} \epsilon_{c2}}{\epsilon_{c1} - \epsilon_{c2}} & (\epsilon_{c1} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで $\epsilon_c = \epsilon_o + \psi_x y + \psi_y x$

ϵ_o : 基準点0のひずみ

ψ_x : x 軸についての曲率

ψ_y : y 軸についての曲率

また、任意点 (x_s, y_s) における鋼材の引張及び圧縮応力は、それぞれ式(2)、(3)で与えられる。

$$\sigma_{si} = \begin{cases} E_s \epsilon_{si} & (0 \leq \epsilon_{si} \leq \epsilon_{sy}) \\ \sigma_{sy} & (\epsilon_{si} \geq \epsilon_{sy}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_{si}' = \begin{cases} E_s \epsilon_{si} & (0 \geq \epsilon_{si} \geq \epsilon_{sy}') \\ \sigma_{sy}' & (\epsilon_{si} \leq \epsilon_{sy}') \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\epsilon_{si} = \epsilon_o + \psi_x y_s + \psi_y x_s$

E_s : 鋼材の弾性係数

2.3 釣合い式

式(1)、(2)、(3)から軸力、曲げモーメントの釣合い式は次のようになる。

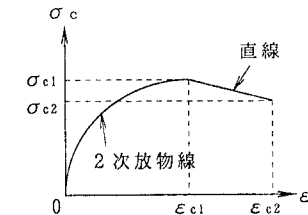


図-1 コンクリートの応力-ひずみ曲線
(1)

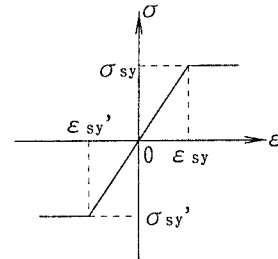


図-2 鋼材の応力-ひずみ曲線

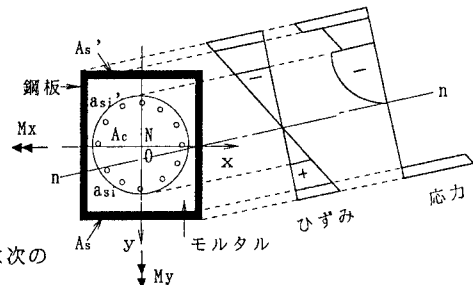


図-3 任意形断面の合成柱

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}_{in} = \begin{Bmatrix} \int \sigma_c dA_c + \sum \sigma_{si}' a_{si}' + \sum \sigma_{si} a_{si} + \int \sigma_{si}' dA_s + \int \sigma_{si} dA_s \\ \int \sigma_c dA_c + \sum \sigma_{si}' a_{si}' y_{si}' + \sum \sigma_{si} a_{si} y_{si} + \int \sigma_{si}' y_{si}' dA_s + \int \sigma_{si} y_{si} dA_s \\ \int \sigma_c dA_c + \sum \sigma_{si}' a_{si}' x_{si}' + \sum \sigma_{si} a_{si} x_{si} + \int \sigma_{si}' x_{si}' dA_s + \int \sigma_{si} x_{si} dA_s \end{Bmatrix} \quad (4)$$

作用荷重 $\{N, M_x, M_y\}$ に対して、コンクリート圧縮部、鋼材の軸力と曲げモーメントの合計の断面力 $\{N, M_x, M_y\}_{in}$ が釣り合うから、釣り合い式(4)を満足する $\{\varepsilon_o, \psi_x, \psi_y\}$ を求めるため、式(4)の両者の差を f, g, h と置き、 $\varepsilon_{on}, \psi_{xn}, \psi_{yn}$ の関数で表す。

$$\begin{Bmatrix} f \\ g \\ h \end{Bmatrix} \left(\begin{matrix} \varepsilon_{on}, \psi_{xn}, \psi_{yn} \\ \varepsilon_{on}, \psi_{xn}, \psi_{yn} \\ \varepsilon_{on}, \psi_{xn}, \psi_{yn} \end{matrix} \right) = \begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}_{in} \quad (5)$$

この f, g, h をゼロとするようNewton-Raphson法を適用して繰り返し計算を行う。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_o} & \frac{\partial f}{\partial \psi_x} & \frac{\partial f}{\partial \psi_y} \\ \frac{\partial g}{\partial \varepsilon_o} & \frac{\partial g}{\partial \psi_x} & \frac{\partial g}{\partial \psi_y} \\ \frac{\partial h}{\partial \varepsilon_o} & \frac{\partial h}{\partial \psi_x} & \frac{\partial h}{\partial \psi_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_o \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix}_{n+1} - \begin{bmatrix} \varepsilon_o \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix}_n = - \begin{bmatrix} f \\ g \\ h \end{bmatrix}_n \quad (6)$$

式(6)において f, g, h が所定の値以下に収束したとき、 $\{N, M_x, M_y\}$ が作用したときの $\{\varepsilon_o, \psi_x, \psi_y\}$ となる。

3. 数値計算例

図-4に示す合成柱断面に対し、 $M_x=690 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ 、 $M_y=400 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ が作用したときのひずみ及び応力を求める。なお、 $\{\varepsilon_o, \psi_x, \psi_y\}$ の初期値として、全断面有効の弾性計算の値を用いた。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c1} &= -2000 \times 10^{-6} & \sigma_{c1} &= -400 \text{ kgf/cm}^2 \\ \varepsilon_{c2} &= -3500 \times 10^{-6} & \sigma_{c2} &= -400 \text{ kgf/cm}^2 \\ E_c &= 3.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2 & \sigma_{s,y}' &= -3000 \text{ kgf/cm}^2 \\ E_s &= 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 & \sigma_{s,y} &= 3000 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

初期値(弾性計算)		
ε_o ($\times 10^{-6}$)	ψ_x ($\times 10^{-6}$)	ψ_y ($\times 10^{-6}$)
-1.1×10^{-6}	19	11

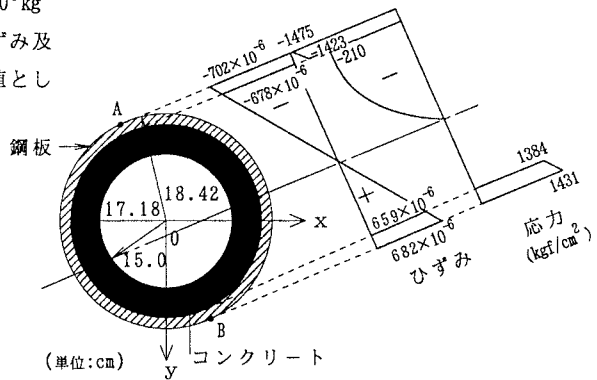


図-4 合成柱断面

表-1 解析結果

ε_o ($\times 10^{-6}$)	ψ_x ($\times 10^{-6}$)	ψ_y ($\times 10^{-6}$)	コンクリート	
			$\varepsilon_c' (\times 10^{-6})$	$\sigma_c' (\text{kgf/cm}^2)$
-10	34	16	-678	-210

鋼材			
$\varepsilon_{s,A}' (\times 10^{-6})$	$\sigma_{s,A}' (\text{kgf/cm}^2)$	$\varepsilon_{s,B} (\times 10^{-6})$	$\sigma_{s,B} (\text{kgf/cm}^2)$
-702	-1475	682	1431

4. むすび

本解析結果は、合成柱はじめ鋼板により補強された構造物の応力算定に適用できる。