

Ⅲ－41

せん断を受ける土質材料の分岐点探査法

東北大学工学部 ○学生員 山川 優樹
東北大学工学部 正会員 池田 清宏
東北大学工学部 正会員 柳沢 栄司

1. 研究背景

粒状体の破壊現象には各種の不確定要因が存在する。例えば、砂の三軸圧縮試験では、同じ条件下で数多くの試験を行っても同じ応力 - ひずみ曲線を得ることができない確率変動や、同じ条件下であっても供試体の寸法によって応力 - ひずみ関係等が変化してしまう寸法効果等が挙げられる。

粒状体の滑り線形成、破壊のメカニズムが分岐により支配されていることが明らかになってきている。分岐理論では、粒状体の挙動に及ぼす不確定要因を初期不整として捉えることにより、上述の不確定要因を記述し、応力 - ひずみ曲線を近似する漸近近似法が提案されている。

本稿で述べる分岐点探査法は、砂の三軸供試体の破壊挙動が、初期不整感度則や漸近近似法に従い、分岐に支配されているという事実に基づき、応力 - ひずみ曲線から分岐点を求め、これまで経験に頼っていた分岐点の位置の決定を理論的に裏付けようというものである。

2. 理論

実験で得られる応力 - ひずみ関係に対応する単純対称分岐点の分岐方程式は、

$$\bar{G} = \left| \bar{u}_i - \frac{\bar{f}}{E} \right|^{1/2} \bar{f} + p_i^* \left| \bar{u}_i - \frac{\bar{f}}{E} \right|^{3/2} + q_i^* \varepsilon + h.o.t. = 0 \quad (1)$$

与えられる¹⁾。ここに、 ε は初期不整変数、 $\bar{u} = u - u_c^0$ 、 $\bar{f} = f - f_c^0$ 、 u は軸方向ひずみ、 f は軸方向応力、点 (u_c^0, f_c^0) は完全系（初期不整ゼロ）の分岐点である。 p_i^*, E, q_i^* はパラメータであり、これらを定めることで、実験や解析で得られた応力 - ひずみ曲線を近似できる。

分岐点から下ろした勾配 $-h$ の直線 $\bar{f} + h\bar{u}_i = 0$ を考える。この直線と式（1）の曲線との交点でのひずみの値は、

$$\bar{u}_i \Big|_{\bar{f} + h\bar{u}=0} = (q_i^* \varepsilon)^{2/3} \left/ \left[\left(1 + \frac{h}{E} \right)^{1/2} h + p_i^* \left(1 + \frac{h}{E} \right)^{3/2} \right] \right|^{2/3} \quad (2)$$

と求まる。異なる勾配の2本の直線を考え、式（2）の両辺の比を取ることで、供試体に固有の値 $q_i^* \varepsilon$ を消去する。例えば、勾配 $-h_1, -h_2$ の2本の直線では、

$$\frac{\bar{u}_i \Big|_{\bar{f} + h_1=0}}{\bar{u}_i \Big|_{\bar{f} + h_2=0}} = \left[\left(1 + \frac{h_2}{E} \right)^{1/2} h_2 + p_i^* \left(1 + \frac{h_2}{E} \right)^{3/2} \right]^{2/3} \left/ \left[\left(1 + \frac{h_1}{E} \right)^{1/2} h_1 + p_i^* \left(1 + \frac{h_1}{E} \right)^{3/2} \right] \right|^{2/3} \quad (3)$$

となる。式（3）で、 p_i^*, E の2つが未知数なので、勾配 $-h_1, -h_2, -h_3, \dots$ の数本の直線を考え、式（3）を複数組連立して解くことで、複数のパラメータ p_i^*, E が求まる。求まった複数のパラメータは、直線が分岐点から下ろしたものであるときのみ全て一致し、そうでないときは互いに異なったものとなるから、これらのパラメータの分散を取ると、分散が最小となる点が分岐点の最確点として求まり、同時に式（1）の全てのパラメータ $p_i^*, E, q_i^* \varepsilon$ が得られる。実験によって得られた応力 - ひずみ曲線に上記の手法を適用することにより、分岐点およびパラメータが求められ、これを式（1）に代入することにより、実験曲線を近似できる。

3. 理論曲線への適用

2. で述べた手法の妥当性を検証するため、式（1）の理論曲線に対して分岐点探査法を適用してみる。式（1）に与えたパラメータは $p_i^* = 0.20, q_i^* \varepsilon = 1.0, E = 0.40$ で、分岐点 (u_c^0, f_c^0) は $(2.0, 5.0)$ である。図 - 1 は式（1）で与えられる理論曲線で、図 - 2 はこの曲線に探査法を用いて求めたパラメータの分散の分布を示す。

図 - 2 では、与えた分岐点 $(2.0, 5.0)$ においてパラメータの分散が最小となっており、また、探査法を経て得られたパラメータ $p_i^*, E, q_i^* \varepsilon$ は式（1）に与えた値と全て一致しており、本手法の妥当性を示している。

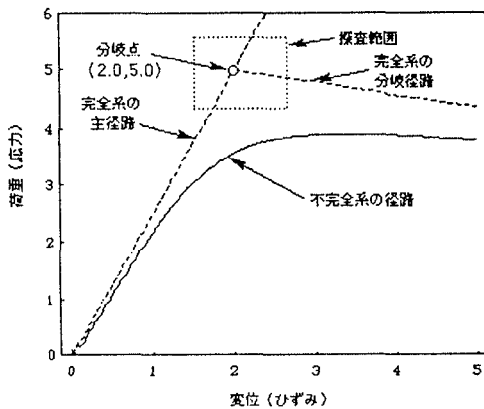


図 - 1 分岐方程式による理論曲線

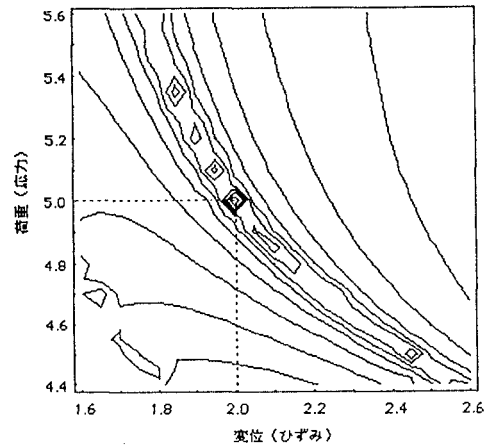


図 - 2 パラメータの分散の分布

4. 実験曲線への適用

分岐点探索法を、豊浦標準砂の圧密排水三軸圧縮試験で得られた応力 - ひずみ曲線に対して適用する。載荷条件はひずみ制御（ひずみ速度＝1.0%/分）で、供試体は直径7cm、高さ10cmで、空中落下法と層境界で締固め法を用いることで、相対密度50%となるように品質管理を行った。

図 - 3 は、探索法を適用して得られた分岐点 (2.25, 4.10) および、この点でのパラメータ $p_i^* = 0.0685$, $q_i^* E = 1.30$, $E = 1.50$ を式 (1) に代入することで、実験で得られた応力 - ひずみ曲線を近似したものであり、実線が実験曲線、点線が近似曲線である。分散が小さくなる点はこの他にも数点あるが、ここでは実験曲線の近似が特に良く適合できる点を選んだ。図 - 4 は、探索法を用いて求めたパラメータの分散の分布を示す。

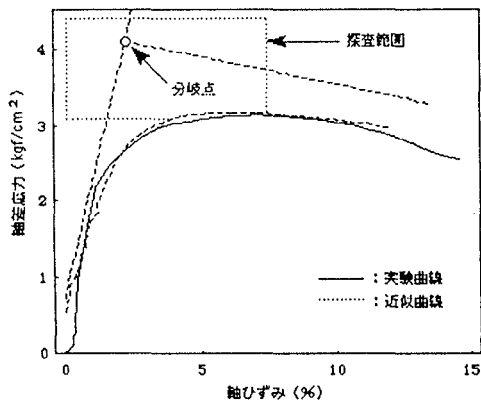


図 - 3 分岐曲線による実験曲線の近似

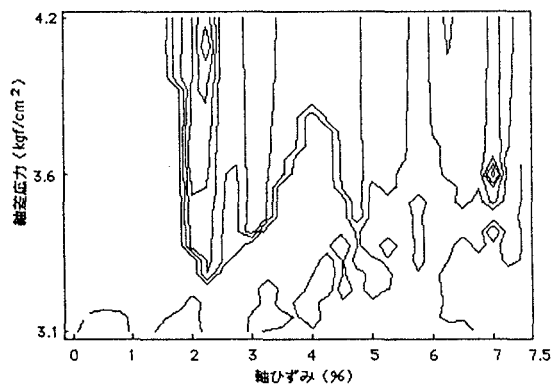


図 - 4 パラメータの分散の分布

5. 最後に

分岐点探索法を実験曲線に適用することにより、供試体が破壊に到る過程で複数の分岐を経ていることが確認される。このことと分岐モードに着目した多段階の階層的な分岐との関連について、今後考えていきたい。

なお、この研究を行うにあたり、砂の強度試験に対し前田記念工学振興財団の、また科学研究費 06805038 の助成を頂きましたことを心から感謝いたします。

【参考文献】

- 1) Ikeda, K., Chida, T., and Yanagisawa, E.: Imperfection Sensitive Strength Variation of Soil Specimens, Preprint, 1996
- 2) Ikeda, K., Murota, K., Yamakawa, Y., and Yanagisawa, E.: Mode Switching in Sand Shearing Behavior, Preprint, 1996