

ねじれ荷重を受ける梁の座屈後の挙動

東北大学工学部 ○学生員 小林 裕
東北大学工学部 正 員 後藤 文彦
東北大学工学部 正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき

近年、宇宙構造物への関心の高まりに伴い、柔軟構造系の弾性座屈現象の研究が注目されている。中でも、座屈後の3次元大変位挙動の解析は、宇宙構造物の展開やたたみ込みへの応用性とも関連して、この分野の最も重要な研究課題の一つである。ここでは、比較的単純な境界条件・荷重条件で特徴的な座屈後の挙動を示す典型例として、いわゆるグリーンヒル問題を解析対象とする。このような変位や回転の大きさに制約を設けない有限変位解析の定式化は、3次元空間では有限回転が線形ベクトルとして扱えないために極めて複雑になる。そこで本研究では、剛体変位除去の手法を導入し、有限回転角はオイラー角を用いた座標変換で表すが、接線剛性方程式の回転自由度は直角座標3軸回りの微小回転角で表すことにより、比較的簡潔な定式化を提案し解析を行った。

2. 定式化

直線梁要素に対して、剛体変位除去法に基づく total-Lagrange 手法による剛性方程式を定式化する。図-1 のような直線梁要素の変形後の節点1の位置を原点とし、この点での変形後の部材接線方向に部材軸をとる局所座標系を考える。ここで、節点1、節点2の絶対変位を d_1 、 d_2 とし、節点2の節点1に対する相対変位を、 r とすると r は d の関数として表せる。

要素を十分に小さくすれば、この節点相対変位ベクトル r は節点外力 F と微小変位理論の剛性マトリックスで関係づける事ができる。但し d の回転角成分はオイラー角で表されているが各要素の増分式を重ね合わせるためには回転角成分にモーメント外力と物理的に対応する直交座標三軸回りの微小回転角で表されなければならない。これらの間には次のような幾何学的関係がある。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\gamma & 0 & \sin\gamma \cos\alpha \\ 0 & 1 & \sin\alpha \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta\gamma \\ \Delta\phi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

また、この局所座標系から全体座標系への座標変換は、節点1での有限回転角で表される座標変換マトリックス T によって行う。以上の事から、最終的に式 (2) のように全体座標系の剛性方程式を得る事ができる。

$$f = T_o^T(d) K T_o(d) r(d) \dots\dots\dots (2)$$

この d についての増分式を弧長法により繰り返し収束計算する。

3. 解析結果

解析モデルを図-2 に示す。解析に用いる材料の諸元は図中に示す。最も一般的なグリーンヒル問題の境界条件として片端の軸方向変位と軸周り回転角を自由とし、後は拘束する。荷重は軸回りモーメントを与える。また、この荷重変位曲線を図-3 に、変形の様子を図-4 に示す。図-3 の荷重変位曲線上に示す (1) ~ (12) は図-4のそれぞれの番号に対応している。

前解析者¹⁾に習い荷重の無次元化パラメータとして、

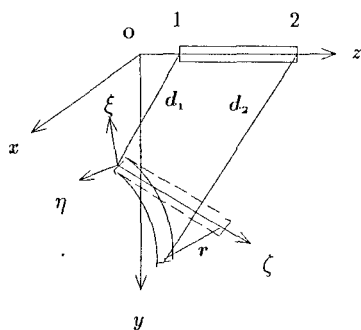


図-1 相対変位

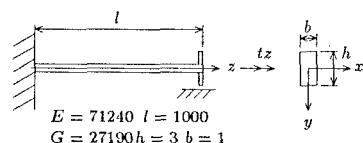


図-2 解析モデル

$$M' = \frac{M_z l}{E(I_{xx} + I_{yy})/2} \dots\dots\dots (3)$$

軸方向変位のパラメータとして、

$$w' = w/l \dots\dots\dots (4)$$

を用いる。

座屈荷重は Goto.et.al は 2.00、本解析では 1.99 でありよく一致している。また座屈後の経路もほぼ同様の結果が得られている。梁は 1 次分岐点でまず大きく面外にたわむ。この変位が徐々に絞こまれて 2 次分岐点のところでこぶとなり軸回りモーメントに抵抗するために荷重が増大し始める。この後、再び座屈が起こり荷重が低下していく。

4. まとめ

より簡潔な定式化による有限変位解析手法によりグリーンヒル問題を解析したところ、大変位を伴う特徴的な座屈後挙動を追跡する事ができた。以上から、この定式化による手法が工学的に十分な解析ができる事が明らかになった。

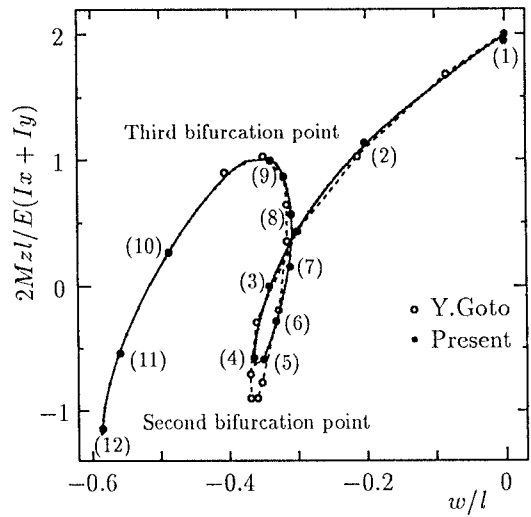


図-3 ねじりモーメントと荷重点の軸方向変位の関係

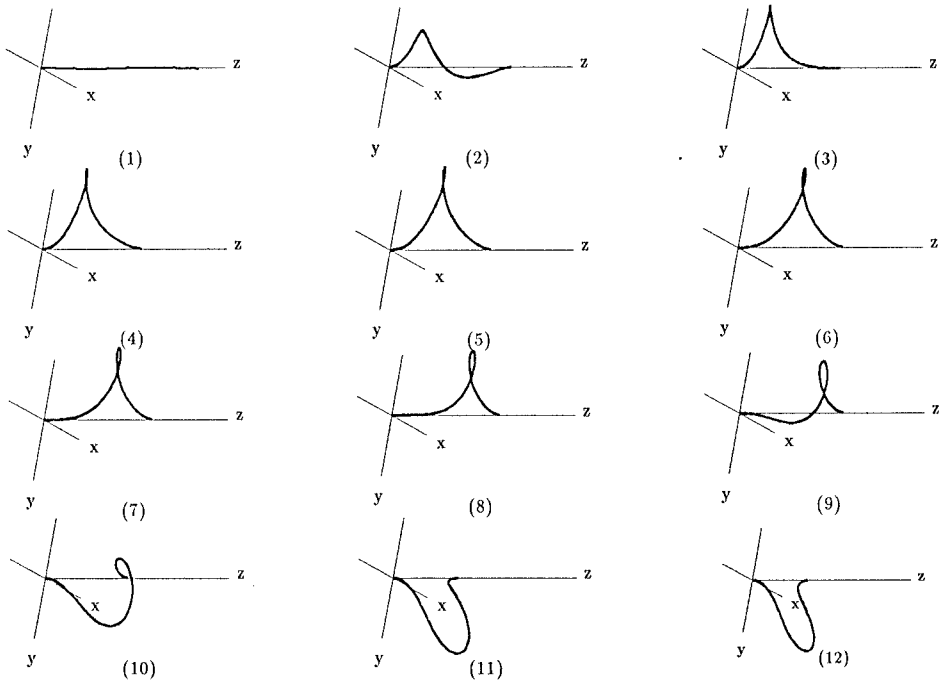


図-4 ねじれ座屈後の変形の様子

参考文献

- 1) Yoshiaki Goto, Xian-Son LI, Toshihiro Kasugai, and Makoto Obata: Analysis of Greenhill Problem by a Co-Rotational Method, JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING Vol.41A 1995.