

Voronoi 理論を用いた3次元体の形状認識に関する基礎的研究

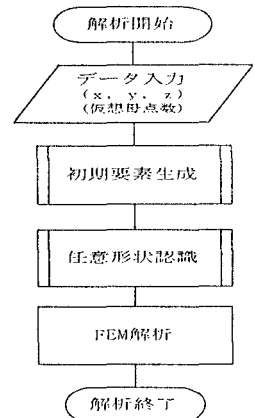
八戸工業高等専門学校 学生員 ○山本 亮
 八戸工業高等専門学校 学生員 北上 靖大
 八戸工業高等専門学校 正 員 杉田 尚男

1. はじめに

現在、コンピュータの高速化に伴い、有限要素法により解析する構造物も大型化、複雑化しており、それによる入力データの増加のため、人手や時間のかかることが問題となっている。そこでこの問題を軽減するため、自動要素分割法が幅広く用いられている。しかし、現在の自動要素分割法では、応力集中部における要素の細分化には対処し切れていない。また、3次元の構造物を2次元でモデル化し解析を行うことがあるが、やはり3次元の構造物は3次元の解析を行うことが望ましい。

そこで本論文では、Voronoi 理論を用いた、3次元任意形状の自動要素分割法を提案する。これは、Voronoi 理論によって解析対象を正確に近似することにより、同理論を用いた要素の細分割を可能とし、従来の自動要素分割法の問題を解消しようとするものである。

本研究は、フローチャート1に示すように、1) データの入力、2) 初期要素生成、3) 任意形状認識、4) 応力解析の順で行う。本論文では、特に、任意形状認識について述べる。



<フローチャート 1>

2. 初期要素生成

Voronoi 理論は、幾何学的な領域分割理論として説明することができる。

N 次元 Euclid 空間で、 n 個の母点 $P_1(x_1)$, $P_2(x_2)$, $\dots$, $P_n(x_n)$ が与えられるとき、母点が最も近い点の集合 V は次式で与えることができる。

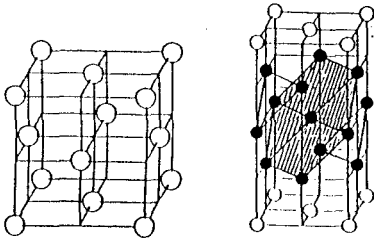
$$V_i = \bigcap_{j \neq i} \{x \in R^N \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\|\}$$

$$(i = 0 \dots n, j = 1 \dots i-1, i+1, \dots n)$$

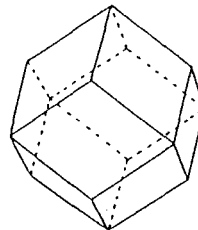
ここで、 x は、ある位置ベクトル
 x_i は、母点 i の位置ベクトル
 $\|\cdot\|$ は、Euclid 距離

V_i は、母点 P_i の Voronoi 領域と呼ばれる凸多面体である。すなわち、この Voronoi 領域は、母点と母点を結ぶ直線の垂直 2 等分面によって構成されるもので、応力解析には、この凸多面体の各頂点（これ以後この凸多面体の各頂点を節点とする）と、母点 P_i とを結ぶことにより四面体要素を形成しそれを用いる。

今、面心立方格子（図1）を成すように母点を配置する。すると、それによって形成される Voronoi 領域は、菱形十二面体（図2）となる。この菱形十二面体の各節点と母点を結び四面体要素を形成するのだが、この四面体要素はほぼ正四面体となる。



<図1>面心立方格子



<図2>菱形十二面体

3. 任意形状認識

任意形状認識は、応力集中による要素の細分割を可能とするために、Voronoi 理論を用いている。これは、『母点と母点の中心に節点が形成される』という、Voronoi 理論の特徴を用いて形状認識を行うものである。

任意形状認識プログラムを、フローチャート 2 に示す。(以下の説明では、図 3 のように円筒を挿入した場合の形状認識についてのみ述べる。)

<STEP 1: 支配領域の決定>

図 4 のように支配領域を定める。支配領域とは、認識する形状を含む立方格子によって構成されている。この支配領域内にある母点および節点のみで形状認識を考えることにより、プログラムの効率化が図れ、実行時間の短縮につながっている。

<STEP 2: 移動領域の決定>

図 5 のように移動領域を定める。移動領域を表して 2 つの円の半径は次式による。

$$\text{外側の円の半径 } r_{out} = r + \frac{w}{2} ; \text{内側の円の半径 } r_{in} = r - \frac{w}{2}$$

ここで、 r は、挿入した円筒の半径； w は、立方格子の一边の長さを表す。

この移動領域内の母点のみが、次の行程で認識する形状の辺上へ移動する。

<STEP 3: 母点による形状認識>

母点による形状認識の方法としては次の 2 つの方法が考えられる。

- 1) 認識する形状の辺上に新たに母点を追加する
- 2) 既にある母点を移動することで認識を行う

要素の効率、プログラムの効率の両面から、2) の方法を用いる。また、母点の移動は次のルールに従い行う。

- 1) 母点は立方格子の辺上を移動する。(図 6)
- 2) 移動方向は、認識する辺に対して近い方へ移動する。(図 7)

方向 1 < 方向 2 ⇒ 方向 1 へ移動

<STEP 4: 節点による形状認識>

最後に節点によって形状の認識を行う。これは、前述したように母点と母点の中心に節点を配置することによって行う。この場合、認識する形状の内側（もしくは外側）には要素は存在しない。従って、認識する形状の辺を壁と考えることができ、節点は図 8-A のようになり、要素は図 8-B のように形成される（※図 8-A、B では黒点が形状認識を行っている節点を示している）。

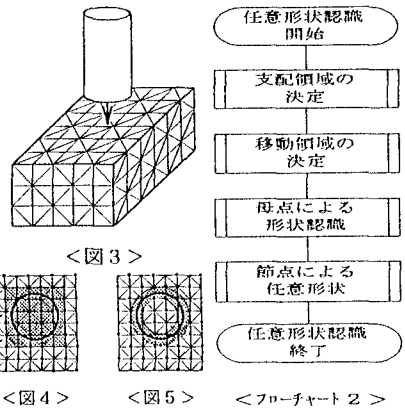
4. 適用例と結論

図 9 に適用例を示し、本手法の効果を実証する。図 9 は直方体に円筒を挿入したものであるが、図に示される通り、ほぼ正確に円筒の認識が行われていることが分かる。

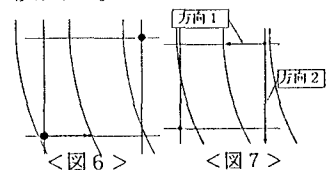
ただし、形状を認識している部分の要素の形状が歪になってしまうことがある。この問題点が速急に解決すべく今後の課題となった。

参考文献

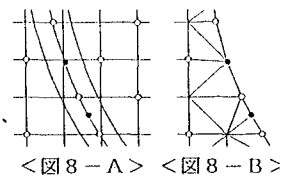
- 1) E.A.Sadek A scheme for the automatic generation of triangular finite elements. Int. J. for number. methods in eng. Vol. 16, 1980, p. 1813.
- 2) 柳村 正美: なわばりのパターンと幾構: 生物物理, Vol. 23 No. 4 (1983)
- 3) 渡辺、杉田、島居: Voronoi 多角形による 3 次元有限要素自動メッシュ生成法: 土木学会第 49 回年次学術講演会 (1994)



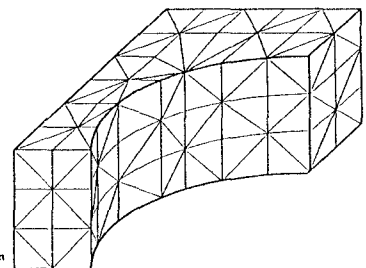
<図 3> <図 4> <図 5> <フローチャート 2>



<図 6> <図 7>



<図 8-A> <図 8-B>



<図 9>