

Voronoi 多面体による3次元有限要素自動メッシュ生成法

八戸工業高等専門学校 学生員 ○北上 靖大
 八戸工業高等専門学校 学生員 山本 亮
 八戸工業高等専門学校 正 員 杉田 尚男

1、はじめに：現在、有限要素法プログラムを使用した構造物の3次元解析においては、その解析対象が大型化、複雑化しており、入力データ量も急増している。データ入力の簡便化をはかるために自動要素分割法が幅広く使われているがこのように自動生成した要素は要素数の効率化、要素形状、連続的な要素配置という観点において必ずしも最適化されたとは言えない。

そこで、3次元での自動メッシュの生成とともに、従来の自動要素分割では対処仕切れていなかった、応力集中部のメッシュ細分化に対応した要素分割手法を提案するものである。本研究は、フローチャート1に示すように、1) データ入力、2) 初期要素生成、3) 応力解析、4) 要素最適化の順で行う。本論文では、特に、要素最適化について述べる。

2、初期要素生成：Voronoi 理論は、幾何学的な領域分割理論として説明することが出来る。N次元 Euclid 空間でn個の母点 $P_i(X_i)$ ($i = 1 \dots n$) が与えられるとき、 P_i が一番近い点であるような点の集合 V_i は P_i の勢力圏として次式で与えられる。

$$V_i = \bigcap_{j:j \neq i} [X \in R^N | \|X - X_i\| < \|X - X_j\|] \quad (1)$$

V_i は、母点 $P_i(X_i)$ の Voronoi 領域と呼ばれる凸多面体 (Voronoi Polygon) で、連続的に母点の数だけその領域を確保する。今、面心立方格子 (領域内に同じ大きさの球をできるだけ密に詰めてつくられる配列であり、金属元素の構造などでよくみられる) (図1) をなすように母点を配置する。するとそれによって形成される Voronoi 領域は、菱形十二面体 (図2) となる。この Voronoi Polygon が本研究の最適要素分割の基礎領域となる。

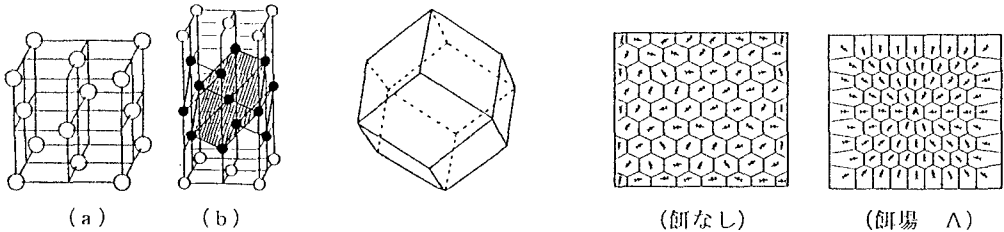


図1-面心立方構造 a、b

図2-菱形十二面体

図3-縄張り図

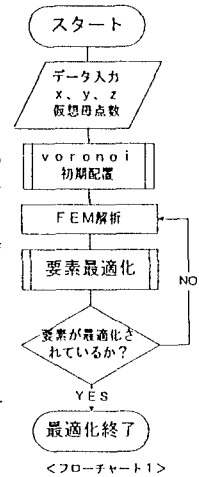
図4-縄張り図

3、要素最適化：応力集中部のメッシュ最適化に対応するために、縄張り性動物の餌による縄張り再編成現象とのアナロジーに着目した。互いに力量の差がない縄張り性動物は均一な縄張りを形成するが (図3)、餌を与えることにより、一斉に餌場に移動し縄張りを再編成する (図4)。この餌を応力勾配になぞらえ、それをもとに母点の移動を行い要素の最適化を図る。

応力勾配とは応力集中の指標となるもので、応力値が連続していない場合に非常に大きい値となる。応力勾配 SG_{ij} は、求めようとする2点の応力 σ_i 、 σ_j とその2点の距離 d_{ij} を用いて、

$$SG_{ij} = \frac{\sigma_j - \sigma_i}{d_{ij}} \quad (2)$$

で定義する。



要素最適化は、母点と、その母点を囲む四面体要素（領域多面体が分割されたもの）の応力勾配によって行うが、そのアルゴリズムを次に示す（フローチャート2）。

<ステップ1 母点部分の応力推定>

母点を囲む要素の要素中心応力を用いて、応力勾配による母点移動を行うために、母点部分の応力を推定する。空間を充填する多面体には、必ず対になる要素ができるので、この対になる要素の応力勾配を求め、母点までの距離をかけることにより、母点部分応力を推定する。

<ステップ2 母点-要素中心の応力勾配ベクトルを求める>

推定した母点応力と要素中心応力間で応力勾配（絶対値）を求め、これに母点-要素中心の単位ベクトルをかけ、応力勾配ベクトルとする。これを、母点を囲むそれぞれの要素について求める。

<ステップ3 応力勾配ベクトルを合計し、母点の移動方向、移動量を求める。>

母点位置を原点として、応力勾配ベクトル終点を頂点とした多面体の重心を求める。この重心位置に母点座標を移動させる（図5）。重心の位置から各要素中心への応力勾配ベクトルの合計値はゼロになるため、移動によりその時点での領域多面体内の応力勾配は一定となる。

<ステップ4 節点最適化>

節点位置は、その節点を共有する全ての要素の関係母点の重心とする。母点の移動により要素形状がいびつになりやすいが、節点最適化によってこれを防いでいる。これらの4ステップを各母点に適用することにより要素の最適化を図る。

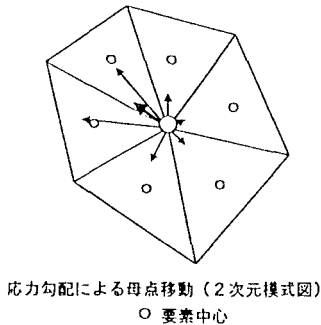


図5

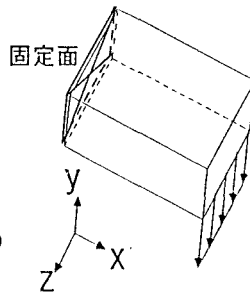


図6 モデル諸元

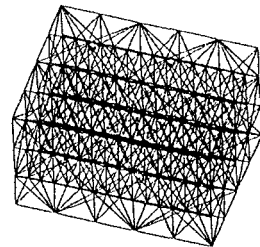


図7 要素初期配置

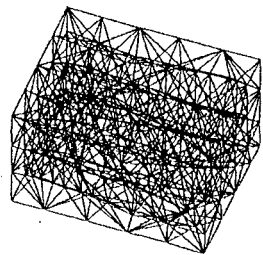


図8 要素最適化終了後

4、適用例とその検証：木手法を用い解析した結果、対象物は四面体要素で連続的に分割されていることが確認できた。四面体要素の内角は、形状を損なわない範囲の $40^\circ \sim 100^\circ$ に80%分布しており、各要素形状も良好である。要素最適化を行った結果、予想される応力集中部分の要素配置が密になっており、解析精度も良好であった。

参考文献

- 1) E.A Sadek: A scheme for the automatic generation of triangular finite elements: Int. J. for number. methods in eng., Vol.15, 1980, p.1813.
- 2) 種村 正美: なわばりのパターンと機構: 生物物理, Vol.23 No.4 (1983)
- 3) 渡辺、杉田、鳥居: Voronoi 多角形による3次元有限要素自動メッシュ生成法: 土木学会第49回年次学術講演会 (1994)