I −17

複合材料の巨視的平均弾性の一評価方法

東北大学　正　員　○小山　茂
東北大学　学生員　　鈴木　純也
東北大学　正　員　　岩熊　哲夫

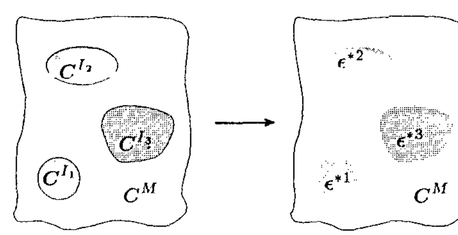
1. まえがき

土木構造材料はほとんどが複合材料と考えて良く，その内部に空隙・亀裂・介在物等の微視構造を有している．これら微視構造は材料の性質を決定する要因であり，微視的挙動はもちろんのこと，土木の分野で第一に必要とされる巨視的挙動にも大きな影響を与える．微視的な観点から，巨視的挙動の情報である巨視的平均弾性を予測する研究は古くから行われており，その多くが Eshelby の研究[1]に基礎を置く等価介在物法[2]を利用している．材料の巨視的平均弾性を求める際に重要な事は，母材と介在物および介在物同士の相互作用をどのようにして評価するかということである．この相互作用を近似する方法として，self-consistent 法[3]や Mori-Tanaka 法[4] が提案されているが，本論文では，これらの手法とは異なったアプローチにより，相互作用を考慮した材料の巨視的平均弾性の一評価法を提案する．

2. 解析方法

(1) 等価介在物法による平均化

解析対象を 図−1 左に示すような，介在物を含む不均一な材料とする．図中の C^M, C^{I_i} はそれぞれ母材および介在物の弾性定数テンソルである．等価介在物法による解析では，この不均一な材料を弾性定数テンソル C^0 を有する単一材料に置換える一方で (ここでは C^0 として母材の弾性定数テンソル C^M を選ぶ)，介在物部分にはその内部に働く応力が元の問題と等価になるように，アイゲンひずみと呼ばれる量 ϵ^{*i} を分布させる (図−1−右)．すると，介在物内部の挙動は，平均的に次のように表せる．



図−1　等価介在物法の概念

$$<\sigma>^I = C^I(<\epsilon>^M + <\gamma>^I) = C^M(<\epsilon>^M + <\gamma>^I - <\epsilon^*>^I) \quad (1)$$

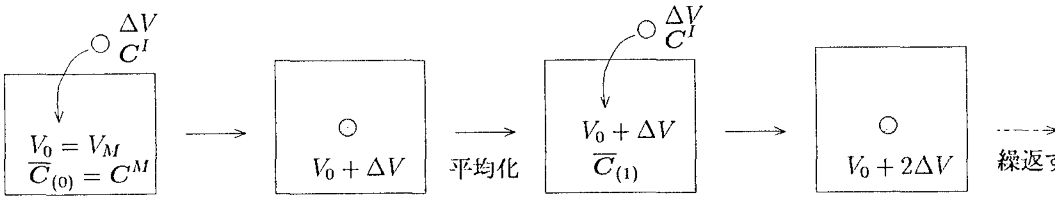
ここで，$<\cdots>$ は上添字で指定された体積平均 $\frac{1}{V_M}\int_M(\cdots)\mathrm{d}V$ あるいは $\frac{1}{V_I}\int_I(\cdots)\mathrm{d}V$ を表している．また，上式では介在物内部の平均ひずみを，母材の平均ひずみ成分，母材と介在物および介在物同士の相互作用のために発生する乱れ成分の平均とに分解したことを示している．介在物が無限体中にただ一つだけ存在するような場合，つまり，境界の影響と介在物同士の相互作用が無視できるような場合には，介在物内部の応力，ひずみ，アイゲンひずみは一定値となることがわかっており，ひずみの乱れ成分とアイゲンひずみとの関係が，Eshelby のテンソル S を用いることにより[1]

$$\gamma^I = S\epsilon^* \quad (2)$$

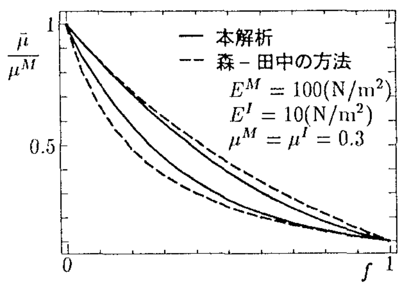
のように表すことができる．ここで，乱れ成分 γ^I は介在物が一つしかないため，式 (1) の場合とは異なり，介在物同士の相互作用は含んでおらず，母材と介在物間の相互作用のみを考慮した量であることに注意する．また，各層の平均関係から，ひずみと応力の全体平均 $\bar{\epsilon}$, $\bar{\sigma}$ は次式で定義される．

$$\bar{\epsilon} \equiv f<\epsilon>^I + (1-f)<\epsilon>^M, \quad \bar{\sigma} \equiv f<\sigma>^I + (1-f)<\sigma>^M \quad (3)$$

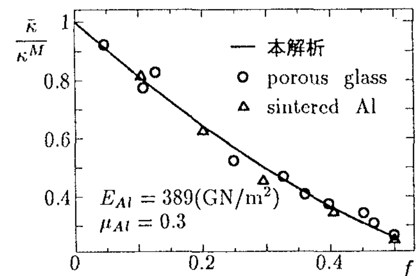
ここで，f は介在物の体積比率である．式 (1) (2) (3) より，応力とひずみの全体平均の関係が $\bar{\sigma} \equiv \overline{C}\bar{\epsilon}$ の形で求めることができ，$\overline{C}$ が巨視的平均弾性となる．特に，介在物形状が球形の場合，せん断弾性係数と体積ひず



図－2　平均化の操作



図－3-a　森－田中の方法との比較



図－3-b　実験値との比較

図－3　数値解析例

み係数の平均が次式で表される．

$$\frac{\overline{\mu}}{\mu^M} = 1 - \frac{f(1-\mu^I/\mu^M)}{1-(1-f)(1-\mu^I/\mu^M)\beta},\quad \frac{\overline{\kappa}}{\kappa^M} = 1 - \frac{f(1-\kappa^I/\kappa^M)}{1-(1-f)(1-\kappa^I/\kappa^M)\alpha} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

ここで，α および β は母材のポアソン比 μ^M によって決る定数である．

(2)　相互作用の評価

ここでは他の手法と同様，介在物の配置については考慮せず，介在物比率のみに着目して巨視的平均弾性を求める．まず最初に **図－2** 左に示すように母材のみを考える．これに微小体積要素 ΔV の介在物を加え，式 (4) を用いて平均化を行う．この平均化された (単一の) 材料に，更に微小体積要素の介在物を加えて同様の平均化を行う．この操作を $\sum \Delta V/(V_0 + \sum \Delta V)$ が f になるまで繰返す．平均化された材料は，母材の情報とそれまでに加えた介在物の情報を含んでいるので，新たに微小介在物を加えて平均化の操作を行うということは，母材とその微小介在物との相互作用を考慮すると同時に，介在物間の相互作用を考慮しているということになる．

3.　数値解析例

図－3-a に本解析による結果と森－田中の方法による結果との比較示す．上側が母材に介在物を加えていった場合，下側が介在物に母材を加えていった場合の結果であり，それぞれが平均弾性の上界と下界になることが知られている．図から明らかなように，本解析結果は，森－田中の結果と比較して，良好な上下界評価を示していることが分かる．また，**図－3-b** に実験値[5] と本解析による平均弾性の上界との比較を示す．本解析による結果は，実験値にほぼ一致していることが分かる．

参考文献

1) Eshelby, J. D. : The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proc. Roy. Soc. London.* , Vol.A241, pp.376–396, 1957.
2) Mura, T. : *Micromechanics of Defects in Solids*, Martinus Nijhoff Publ, 1982.
3) Hill, R. : A self-consistent mechanics of composite materials, *J. Mech. Phys. Solids.* , Vol.13, pp.213–222, 1965.
4) Mori, T. and Tanaka, K. : Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions, *Act. Metall.* , Vol.21, pp.571–574, 1973.
5) Cleary, M. P. , I. -W. Chen and S. -M. Lee : Self-Consistent Techniques for Heterogeneous Media, *J. Engrg. Mech. Div. ASCE.*, Vol.106, pp.861–886, 1980.