I －15

Ｔ＝２．０１$\sqrt{\delta}$ の解析

ロック建設技術研究所　正会員　今井 芳雄

§１前言

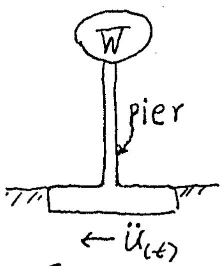

Figure 1.1

重量Wをのせたpier(Figure 1.1)が基礎に$\ddot{u}_{(t)}$の地震加速度をうけるとpierは(質量$m=W\cdot g^{-1}$)$\times\ddot{u}_{(t)}$の動的水平力をうけpierは動的変位をする(道路協会編 道路橋示方書 耐震設計編ではこの振動の固有周期Tを求めるのに$T=2.01\sqrt{\delta}$…(1.1)としているこのδについてはweight, Wという鉛直の重みを実際には生じ得ないに係わらず想像で水平に作用させそれによる変位δを求めさえ求まれば周期Tが求まるように工夫したもので余りに便宜主義に思えるweight, Wは本来質量すなわち慣性の概念で水平力でもないわけである。２階の微分方程式の第１歩は弾性常数kと動的変位xの積kxが含まれている事である。

§２，弾性常数(spring constant)及び円固有振動数 ω

Figure 1.1 のweight, W をそのまま水平力とすればpireの変位$\delta=Wh^3(3EI)^{-1}$

弾性常数$k=W\cdot\delta^{-1}$…(2.2)　これに(2.1)式を入れると$=W\{Wh^3(3EI)^{-1}\}^{-1}$

$=h^{-3}\cdot 3EI$…(2.3)　この(2.3)式によればWは消去されている微分方程式の解が三角関数で表されることから $\omega=\sqrt{k\cdot m^{-1}}$ (ここで m＝質量)$=\sqrt{W\cdot\delta^{-1}\cdot W^{-1}\cdot g}$

$=\sqrt{\delta^{-1}\cdot g}$, ($g$=gravity)…(2.4), sin, cos は2π毎に戻るから $\omega\cdot T=2\pi$

だから

$$T=2\pi\cdot\omega^{-1}=2\pi(\delta^{-1}\cdot g)^{-\frac{1}{2}}=2\pi\cdot\delta^{\frac{1}{2}}\cdot g^{-\frac{1}{2}}=2.01\sqrt{\delta}\ ,(sec)$$

§３，$\delta_p=W_u\cdot h^3(3EI)^{-1}+0.8\,W_p\,h_p^3(8EI)^{-1}$ の解析

道路示方書　耐震設計編にある上記式δ_pはFigure 1.1 にある様な体のpierの変位が和に表されたものということになるがそれが微分方程式にあるk, xかどうか不明である。

それわさておき数値計算を進めてみると $W_u=424t$, $h=11.1\varepsilon$ (ここで ε=meter, 質量 = m とする) $E\cdot I=10^7\times3.79t\cdot\varepsilon^2$ $W_p=189t$, $h_p=9\varepsilon$. W_u を水平力とすれば $k_u=h^{-3}\cdot3EI=(11.1\varepsilon)^{-3}\times(3\times10^7\times3.79t\cdot\varepsilon^2)=10^4\times8.314t\varepsilon^{-1}$ weight W_u の質量 $m_u^{-1}=\{424t\times(9.8\varepsilon\cdot sec^{-2})^{-1}\}^{-1}$ (2.4)式から W_u の円固有振動数 $\omega_u=$

$$=\sqrt{k_u\cdot m^{-1}}=\sqrt{10^4\times8.314t\cdot\varepsilon^{-1}\{424t(9.8\varepsilon\cdot sec^{-2})^{-1}\}^{-1}}=43.84\ radian\cdot sec^{-1}$$

$\omega_u\cdot T_u=2\pi$ とおけるから $T_u=0.143sec$ ($W_u=424t$ に関する周期) 同様に $k_{0.8}=\omega_0\times h_p\{\omega_0 h_p^4(8EI)^{-1}\}^{-1}=(9\varepsilon)^{-3}\times8\times(10^7\times3.79t\varepsilon^2)=10^5\times4.16t\varepsilon^{-1}$ ここで ω_0=uniformload

$\omega_{0.8}\cdot T_{0.8}=2\pi$ とおけるから $T_{0.8}=0.038sec$ ($W_p=189t$ に関する周期) …(3.5). (2.1)式から

W_u を水平力にとって $\delta_u=W_u\cdot h^3(3EI)^{-1}=424(11.1\varepsilon)^3\times\{3\times10^7\times3.79t\varepsilon^2\}^{-1}=0.0051\varepsilon$ 単独の周期 $T_u=2.01\sqrt{\delta_u}=2.01\sqrt{0.0051\varepsilon}=0.143sec$ …(3.6) (2.1)式から $\delta_{0.8}=$ $=0.8W_p h_p^3(8EI)^{-1}=0.8\times189t\times(9\varepsilon)^3(8\times10^7\times3.79t\varepsilon^2)^{-1}=10^{-4}\times3.628\varepsilon$ (ここで ε=meter) …(3.7) $T_{0.8}=2.01\sqrt{\delta_{0.8}}=2.01\times\sqrt{10^{-4}\times3.628\varepsilon}=0.0382\ sec$ …(3.8)

1本のpierは質量的 weight 424t と $0.8\times189t$ の2つの質量に地震加速度 $\ddot{u}_{(t)}$ をうけたのであるが夫々の周期は別々であり結局とにかく合成されて1つの振動であらわさねばならぬ 微分方程式の中には $(k_1+k_2)x$ の形で入らなければならぬ x は1つのみ 第3のωを求め

$$\omega_3=\sqrt{(k_u+k_{0.8})\{m_u+m_p\}^{-1}}=\sqrt{(10^4\times8.314t\varepsilon^{-1}+10^5\times4.16t\varepsilon^{-1})\times\{(424t+0.8\times189t)\times(9.8\varepsilon\cdot sec^{-2})^{-1}\}^{-1}}=(10^3\times8.503sec^{-2})^{\frac{1}{2}}=92.2\ radian\cdot sec^{-1}\ \cdots(3.10)$$

$\therefore T_3=0.068sec$

§4　結言

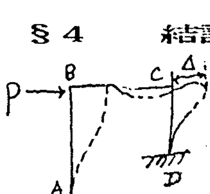

Figure 4.1

Figure 4.1 の1層のラーメンが水平力Pでの変位はただ1つ Δ のみでこれは求められる. Pに対しては柱AB, CD の反力の和だが柱の変位は共通の Δ 1つのみ夫々に分解した変位の和ではない δ さえ求めたらそれを(4.1)式に代入すれば正解というのは早合点である