V－24

任意形断面を有するＲＣ部材の温度応力解析

秋田大学　学生員○松塚　忠政
学生員　若山　悟史
正　員　川上　洵

１．まえがき

任意形ＲＣ断面に軸力および２軸の曲げが作用するときの弾性応力解析を行い、さらに x,y の高次多項式で表される非線形温度分布に対する解析をおこなったものである。

２．軸力および曲げを受ける任意形ＲＣ断面の応力解析

解析において以下の次の1）2）3）を仮定する。

1）平面保持の仮定　2）部材の材料組成はフックの法則に従うものとする。　3）全断面有効とする。

図－1のように、任意形ＲＣ断面に対してO-xy 直交座標系を任意に設定し、基準点Oに関して軸力N及び曲げモーメントM_x、M_yとが同時に作用したものを考える。ここで、軸力及び応力については引張りとなるものを正、曲げモーメントについては図－1のようなM_x、M_yを正とする。断面の任意点に生じるコンクリートのひずみε_cおよび応力σ_cは、基準点Oのひずみをε_0、曲率をψ_x、ψ_y、コンクリートの弾性係数をE_cとおくと次式のように表される。

$$\varepsilon_c=\varepsilon_0+\psi_x y+\psi_y x \quad \sigma_c=E_c\varepsilon_c=E_c(\varepsilon_0+\psi_x y+\psi_y x) \quad \cdots(1)$$

さらに、座標（x_{si}, y_{si}）の鉄筋に生じる応力σ_{si}は、弾性係数比をnとすれば次式で表される。

$$\sigma_{si}=n\sigma_c=nE_c(\varepsilon_0+\psi_x y_{si}+\psi_y x_{si}) \quad \cdots\cdots(2)$$

断面力に対するつり合いをマトリックス表示すると、

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_0\\ \psi_x\\ \psi_y\end{Bmatrix}=\frac{1}{E_c}\begin{bmatrix}A_i & B_{xi} & B_{yi}\\ B_{xi} & I_{xi} & I_{xyi}\\ B_{yi} & I_{xyi} & I_{yi}\end{bmatrix}^{-1}\begin{Bmatrix}N\\ M_x\\ M_y\end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで、

A_i：　換算断面積
B_{xi}，B_{yi}：x 及び y 軸に関する換算断面一次モーメント
I_{xi}，I_{yi}：x 及び y 軸に関する換算断面二次モーメント
I_{xyi}：x 及び y 軸に関する換算断面相乗モーメント

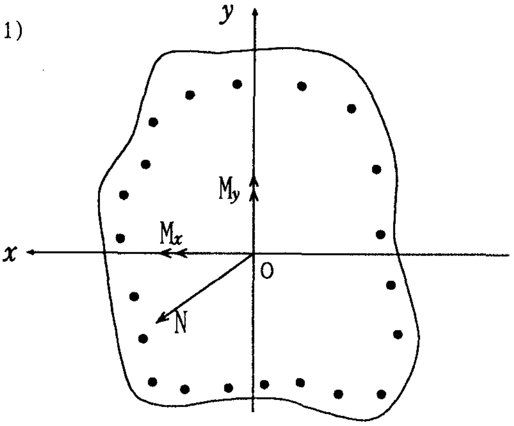

図-1　二軸曲げを受ける任意形ＲＣ断面

３．ＲＣ断面の温度応力解析

ＲＣ断面に関数$T(x,y)$で表される非線形温度分布が作用するものとする。断面内の任意点における温度によるコンクリートのひずみε_fは、コンクリートの熱膨張係数をαとすると次式で表せる。

$$\varepsilon_f=\alpha T(x,y) \quad \cdots\cdots(4)$$

かりにこの変形を拘束したときに生じる応力をσ_{res}とするとσ_{res}は次式で表される。

$$\sigma_{res}=-E_c\varepsilon_f=-E_c\alpha T(x,y) \quad \cdots\cdots(5)$$

σ_{res}より生じる断面力は、基準点Oに作用する軸力$\Delta N=\int\sigma_{res}dA$、各座標軸に関する曲げモーメント$\Delta M_x=\int\sigma_{res}y\,dA$、$\Delta M_y=\int\sigma_{res}x\,dA$として式(3)より求められる。次に拘束を基準点Oで$-\Delta N$、$-\Delta M_x$、$-\Delta M_y$を作用させることにより解除すると任意点でのひずみ$\Delta\varepsilon_c$と応力$\Delta\sigma_c$は次の式で表せる

$$\Delta\varepsilon_c=\Delta\varepsilon_0+\Delta\psi_x y+\Delta\psi_y x \qquad \Delta\sigma_c=E_c\Delta\varepsilon_c=E_c(\Delta\varepsilon_0+\Delta\psi_x y+\Delta\psi_y x) \quad \cdots\cdots(6)$$

式(3)から$\Delta\sigma_c$ がσ_cと同様にもとめられるからコンクリート部に生じる温度応力は

$$\sigma_c=\sigma_{res}+\Delta\sigma=E_c\{\alpha T(x,y)+\Delta\varepsilon_0+\Delta\psi_x y+\Delta\psi_y x\} \quad \cdots\cdots(7)$$

4．ガウスの積分定理

任意形の断面の断面諸量を求めるときにガウスの積分定理を用いる。温度応力解析では式(8)に示されるような積分の式が数多く使用される。以下に一般式を導入し、任意次数の温度応力に対応した電算プログラムを開発した。いま図－2に示されるように任意形の断面に節点をとり、折れ線で近似する。

図－2の曲線で囲まれた断面充実断面を考える。断面全体にわたる面積分は

$$H_{mn}=\iint x^m y^n dA \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (8)$$

と表せる。

平面のガウスの定理を用いると、式(8)は

$$H_{mn}=\int \frac{x^m y^{n+1}}{n+1}dx \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (9)$$

と表せる。ただし線積分は内側を右側に見る方向、すなわち 時計まわり（右まわり）を正とする。

図－2のように断面の境界の曲線を点1～点NでN区間に分割した折れ線で近似すると、一つの線分区間（点 i ～点 i+1）では

$$y=y_i+\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}(x-x_i) \quad となる。$$

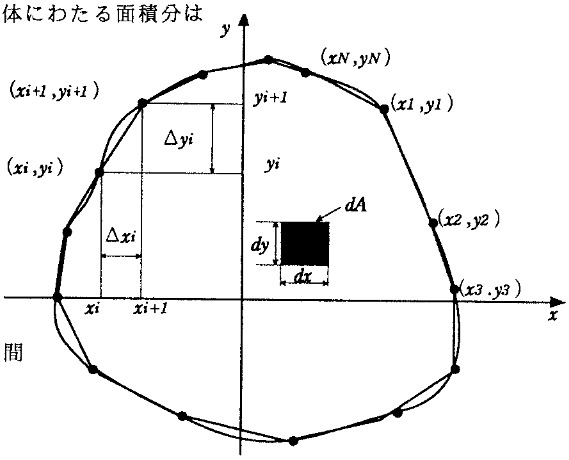

図-2 ガウスの積分定理の座標

式(9)に代入し被積分関数を二項定理により展開して、

$$H_{mn}=\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{N}\left[\sum_{j=0}^{m}\left\{{}_m C_j\, x_i^j\, \Delta x_i^{m+1-j}\sum_{k=0}^{n+1}\left({}_{n+1}C_k\frac{y_i^k\,\Delta y_i^{n+1-k}}{m+n+2-j-k}\right)\right\}\right]$$

5．数値計算例

図-3に示されるＲＣ円形断面に非線形温度分布 $T(x,y)=30\left(\frac{1}{2}-\frac{x+\sqrt{3}y}{100}\right)^5$ が与えられるとき、コンクリートの弾性係数を $E_c=3.0\times10^5$ kgf/cm²、弾性係数比を $n=7$ 、コンクリートと鉄筋の熱膨張係数を $\alpha=10.0\times10^{-6}$ とし、鉄筋はD22を１２本使用するとき、断面に生じる温度応力を算定した。その結果を以下に示す。

$$\sigma_{res}=-90\left(\frac{1}{2}-\frac{x+\sqrt{3}y}{100}\right)^5$$

換算断面諸量

$\Delta N=\int\sigma_{res}dA=-22771$kgf　　$A_i=2242$cm²　$B_{xi}=0$cm³　$B_{yi}=0$cm³

$\Delta M_x=\int\sigma_{res}y\,dA=304587$kgfcm　$I_{xi}=362414$cm⁴　$I_{yi}=362414$cm⁴　$I_{xyi}=0$cm⁴

$\Delta M_y=\int\sigma_{res}x\,dA=174843$kgfcm

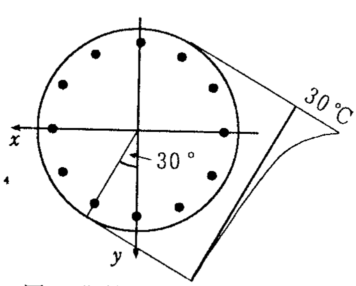

図-3 非線形温度分布

$\Delta\varepsilon_c=33.86\times10^{-6}$　$\Delta\psi_x=-2.801\times10^{-6}$/cm　$\Delta\psi_y=-1.608\times10^{-6}$/cm

よって断面内のコンクリートの応力は

$$\sigma_c=\sigma_{res}+\Delta\sigma=3.0\times10^5\left\{10.0\times10^{-6}\times30\left(\frac{1}{2}-\frac{x+\sqrt{3}y}{100}\right)^5+33.86\times10^{-6}-2.801\times10^{-6}y-1.608\times10^{-6}x\right\}$$

6．むすび

本研究では上述の解析理論にもとづいた電算プログラムを開発した。それによって、任意形ＲＣ断面に非線形温度分布が存在するときに生じる温度応力を算定できるようになった。