

V-22

2 軸曲げを受ける RC 部材の塑性解析

秋田大学 学生員 ○若山 悟史
秋田大学 学生員 松塚 忠政
秋田大学 正会員 川上 洵

1. まえがき

軸力及び 2 軸曲げを受ける RC 部材においてコンクリートと鉄筋の応力-ひずみ関係に非線形を適用して部材耐力及び圧縮縁のひずみを未知数としたときのその圧縮縁のひずみの値について解析的に求める。

2. 仮定条件

1) 平面保持の法則が成り立つ。2) コンクリートの引っ張り抵抗を無視する。3) コンクリート圧縮縁の最大ひずみは ε_{c2} とする。4) コンクリート及び鉄筋のの応力-ひずみ関係は図-1 と図-2 のような形とする。

3. 解析理論

図-3 の任意形断面を持つ RC 部材断面に軸力 N 、 x 軸についての曲げモーメント M_x 、 y 軸についての曲げモーメント M_y が作用するとき任意点 (ξ, ζ) のコンクリートの圧縮応力度は式(1)で与えられる。

$$\sigma_{cv} = \begin{cases} -\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{c1}}\right)\left(\frac{\bar{y}}{d_j}\right)^2 + 2\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{c1}}\right)\frac{\bar{y}}{d_j} & (0 \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{c1}) \\ -\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{c1}}\right)\left(\frac{\bar{y}}{d_j}\right)^2 + 2\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{c1}}\right)\frac{\bar{y}}{d_j} \\ + \left(\frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}\right)\varepsilon_t \frac{\bar{y}}{d_j} + \frac{-\sigma_{c1}\varepsilon_{c2} + \sigma_{c2}\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}} & (\varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{c2}) \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{ここで } \bar{y} = \frac{|b\xi + a\zeta - ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

また、鉄筋の引っ張り、及び圧縮応力度は、それぞれ式(2)、(3)で与えられる。

$$\sigma_{si} = \begin{cases} -\frac{E_s \varepsilon_t}{d_j} \bar{y}_{si} & (0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s1}) \\ \sigma_{sv} & (\varepsilon_s \geq \varepsilon_{s1}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_{si}' = \begin{cases} \frac{E_s \varepsilon_t}{d_j} \bar{y}_{si}' & (0 \leq \varepsilon_s' \leq \varepsilon_{s1}') \\ \sigma_{sv}' & (\varepsilon_s' \geq \varepsilon_{s1}') \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{ここで } \bar{y}_{si} = \frac{|bx_{si} + ay_{si} - ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

従って式(1)、(2)、(3)を用いると軸力、曲げモーメントの釣合い式は次の式(4)、(5)、(6)で示される。

$$N = C_c + C_s - T_s = \int_{A_c} \sigma_{cv} dA_c + \sum \sigma_{si}' a_{si}' - \sum \sigma_{si} a_{si} \quad (4)$$

$$M_x = M_{xc} + M_{xs}' - M_{xs} = \int_{A_c} \sigma_{cv} \xi dA_c + \sum \sigma_{si}' a_{si}' y_{si}' - \sum \sigma_{si} a_{si} y_{si} \quad (5)$$

$$M_y = M_{yc} + M_{ys}' - M_{ys} = \int_{A_c} \sigma_{cv} \zeta dA_c + \sum \sigma_{si}' a_{si}' x_{si}' - \sum \sigma_{si} a_{si} x_{si} \quad (6)$$

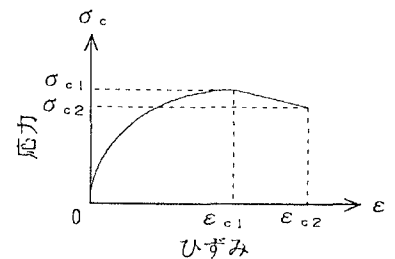


図-1 コンクリートの応力-ひずみ曲線

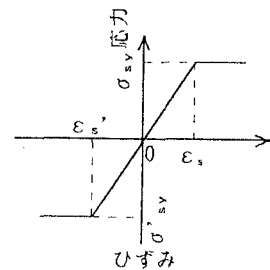


図-2 鉄筋の応力-ひずみ曲線

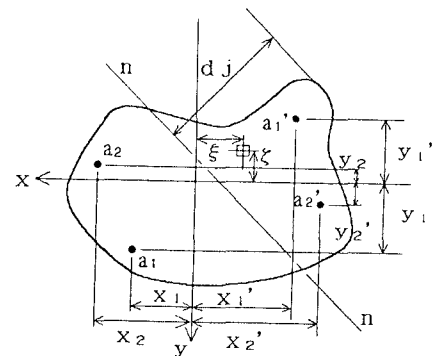


図-3 任意形断面

2軸曲げのみが部材断面に作用するときは、式(4)の左辺を0とした式を用い、平衡条件式とする。また、これらの式の ξ 、 ζ に関する積分項はガウスの積分定理を用い、線積分に置換することで得られる。

4. 3次元Newton-Raphson法

式(4)、(5)、(6)の3つの釣合式を満足させるために、Newton-Raphson法を3次元まで拡張する。ここでの未知数は、中立軸位置 a 、 b と圧縮縁のひずみ ε_t である。いま a 、 b 、 ε_t を a_n 、 b_n 、 ε_{tn} に置き換え、また式(4)、(5)、(6)を次のような方程式にする。

$$f(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) = N - \int_{A_c} \sigma_{ci} dA_c + \sum \sigma_{si} 'a_{si} ' - \sum \sigma_{si} a_{si} \quad (7)$$

$$g(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) = M_x - \int_{A_c} \sigma_{ci} \xi dA_c + \sum \sigma_{si} 'a_{si} 'y_{si} ' - \sum \sigma_{si} a_{si} y_{si} \quad (8)$$

$$h(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) = M_y - \int_{A_c} \sigma_{ci} \xi dA_c + \sum \sigma_{si} 'a_{si} 'x_{si} ' - \sum \sigma_{si} a_{si} x_{si} \quad (9)$$

式(7)、(8)、(9)を式(10)に代入する

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial a} f(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) & \frac{\partial}{\partial b} f(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) & \frac{\partial}{\partial \varepsilon} f(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) \\ \frac{\partial}{\partial a} g(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) & \frac{\partial}{\partial b} g(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) & \frac{\partial}{\partial \varepsilon} g(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) \\ \frac{\partial}{\partial a} h(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) & \frac{\partial}{\partial b} h(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) & \frac{\partial}{\partial \varepsilon} h(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{n+1} - a_n \\ b_{n+1} - b_n \\ \varepsilon_{tn+1} - \varepsilon_{tn} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} f(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) \\ g(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) \\ h(a_n, b_n, \varepsilon_{tn}) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式(10)を用い繰り返し計算を行い、 a 、 b 、 ε_t が所定の値に収束したときに軸力 N 、曲げモーメント M_x 、 M_y が作用しているときの中立軸位置、及びコンクリート圧縮縁のひずみの値を得ることができる。

5. 数値計算例

図-4に示す円形断面に対し数値計算例を行う。ここでは2種類の数値計算を行っており、1つは部材耐力について、もう1つは、2軸曲げが作用した時の圧縮縁のひずみを求めている。なお、ここで使用されている初期値は、引張り抵抗を無視した弾性計算の値を用いている。

$$\begin{aligned} r &= 25 \text{ cm} & A_s &= 3.871 \text{ cm}^2 \times 12 \\ r_s &= 20 \text{ cm} & &= 46.452 \text{ cm}^2 \\ \varepsilon_{c1} &= -2000 \times 10^{-6} & \sigma_{c1} &= -400 \text{ kgf/cm}^2 \\ \varepsilon_{c2} &= -3500 \times 10^{-6} & \sigma_{c2} &= -400 \text{ kgf/cm}^2 \\ E_{s1} &= 210000 \text{ kgf/cm}^2 & \sigma_{sv} ' &= -3000 \text{ kgf/cm}^2 & \sigma_{sv} &= 3000 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

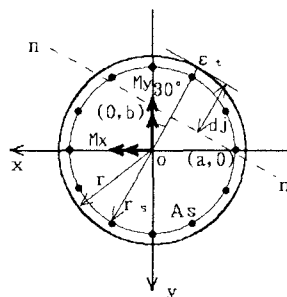


図-4 円形断面

表-1 解析結果

初期値			結果					
ε_t $\times 10^{-6}$	中立軸位置(cm)		中立軸位置(cm)		dj	曲げモーメント(tf·m)		
	a	b	a	b		M_x	M_y	$M_x^2 + M_y^2$
-2000	-18	-10	-27.64	-15.96	11.18	22.26	12.86	25.71
-3500	-18	-10	-29.99	-17.31	10.01	23.35	13.48	26.96

作用力と初期値			結果					
曲げモーメント (tf·m)			ε_t $\times 10^{-6}$	中立軸位置(cm)		ε_t $\times 10^{-6}$	中立軸位置(cm)	
M_x	M_y	$M_x^2 + M_y^2$		a	b		a	b
0.86602	0.5	1	-41	-18	-10	-36	-21.45	-12.3827
12.88	7.5	15	-622	-18	-10	-56	-20.84	-12.0358

6. むすび

本研究では上述の解析理論をもとに電算プログラムを開発した。それによって、任意形RC断面で厳密に部材耐力を解析することが可能である。また、この理論を発展させることにより、PC部材についても解析を行うことができ、既にその結果も出ている。