

Ⅲ－38

粒状体モデルによる変形局所化の解析とその考察

東北大学大学院 学生員○森谷 直樹
東北大学工学部 正 員 岸野 佑次

1. はじめに

地盤材料の変形局所化は土質力学の分野において最近注目されている問題である。地盤材料は、不連続かつ不均一な微視構造を有する材料であり、その変形局所化の問題を考察するには、巨視的挙動と微視的構造の関係を明らかにする必要がある。すなわち、変形局所化解析を支配する各変形段階の剛性行列を、微視的変形履歴に基づいて正しく定める必要がある。しかし、実験によりこのような剛性行列を求めることは極めて困難である。このような観点から、本研究では、粒状体を用いてモデル化した地盤材料供試体について、粒状要素法¹⁾を用いて載荷シミュレーションを行い、履歴により変化する剛性行列を実際に求め、局所化に関する考察を行った。

2. 粒状要素法を用いた解析方法

1) 供試体モデル 円形領域にランダムに配置した粒子を粒状要素法でパッキングしたものを供試体モデルの初期状態とする（図-1）。バーの太さは粒子同士の接触力の大きさを表している。表-1は解析に用いた諸定数である。最外縁にある要素は境界要素とし、位置は(1)式に基づき一次変換で定められる。 ε_1 , ε_2 , ε_3 は、それぞれ供試体のx方向、y方向、せん断のひずみである。また、これらに対応する応力は σ_1 , σ_2 , σ_3 とする。ここに、

$[X \ Y]^T_\alpha$, $[X^0 \ Y^0]^T_\alpha$ は現段階および初期段階の境界要素 α の位置ベクトルである。

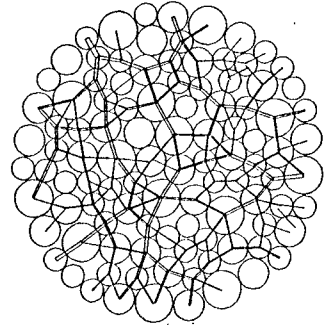


図-1 初期状態

2) 平均応力一定せん断試験

初期状態パッキングの平均応力 p （式(2)）を一定に保ったまま、せん断ひずみ増分 $\Delta\gamma_{\max}/2$ （式(3)）を与えるせん断載荷試験を行う。これを本試験とし、この載荷経路を通じて供試体の剛性行列がどう変化するか解析する。

3) 剛性行列を求めるためのブランチ試験の方法

これは、本試験における中途の載荷段階を初期状態として、本試験とは異なる経路の載荷を行い、各載荷段階における増分型剛性行列を求めるために行うものである。この供試体の変形の自由度は、伸縮2方向とせん断であるので、剛性行列 K_y は 3×3 である（(4)式）。この場合の応力ひずみ関係は、極狭い範囲では線形で重ね合わせができると仮定すると、ひずみ増分の1成分毎に値を与えたひずみ制御試験に基づいて剛性行列を得ることができる。例えば、 $\Delta\varepsilon_i = (\Delta\varepsilon_i^b, 0, 0)$ という制御を行えば、(5)式で K_y の1列目を得ることが出来る。同様に各列を求めることができる。ここで、粒状集合体は一般に増分非線型であるが、ここでは、各ひずみ成分についてそれぞれ正負2方向に変化させた場合の剛性を考慮することとした。従って、 K_y は 2^3 で8通り得られる。これらは、2次元ひずみ3成分のひずみ空間における象限が8個存在することに対応している。

3. 剛性行列の固有値解析

剛性行列が正値性を失い、2次の仕事増分 ΔW が正でなくなるようなひずみモード $\Delta\varepsilon_i^*$ （(6)式）が存在するとその材料は、外力の抵抗なしに変形し、変形局所化が生じる。この $\Delta\varepsilon_i^*$ は、 K_y の対称部分 K_y^s の固有ベクトルでもあるので、そのような変形モードの有無は、(7)式に基づいて固有値解析をする

表-1 諸定数

粒子数	1 0 3 個
粒子半径	1.0, 0.8, 0.6cm
面積比	1 : 1 : 1
単位体積重量	0.0 kg/cm ²
接触点バネ定数	
法線方向	1000 kg/cm
接線方向	700 kg/cm
摩擦係数	tan25°
平均応力(p)	2.0 kg/cm ²
せん断ひずみ増分($1/2 \Delta\gamma_{12}$)	0.001 %
ブランチ試験のひずみ増分($\Delta\varepsilon^b$)	±0.001 %

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_\alpha = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon_1 & -\varepsilon_3 \\ -\varepsilon_3 & 1-\varepsilon_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \end{bmatrix}_\alpha \quad (1)$$

$$p = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \Delta\gamma_{\max} = \frac{1}{2}(\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2) \quad (3)$$

$$\Delta\sigma_i = K_y \Delta\varepsilon_j \quad (4)$$

$$K_{11} = \Delta\sigma_i / \Delta\varepsilon_i \quad (5)$$

$$\Delta W = \Delta\varepsilon_i^* K_{ij} \Delta\varepsilon_j^* \leq 0 \quad (6)$$

$$K_{ij}^s \Delta\varepsilon_j^* = \lambda^* \varepsilon_i^* \quad (7)$$

ことによって確認することができる。本研究では、まず、得られた8個の剛性行列について固有値解析を行う。これより、行列1つにつき3つの固有ベクトルが得られるが、固有ベクトルの示すひずみ増分方向が、その剛性行列を求める際に仮定した方向と一致する場合にのみそのモードは有効となる。ところで、固有ベクトル同士は直交するので、行列1つにつき1つ以上有効なモードが存在することはない。従って、ある载荷段階において、各象限に1つ以下、全体で8個以下の固有変形モードが存在することになる。

4. 解析結果および考察

図-2に本試験の応力ひずみ関係を示す。 $(\sigma_1 - \sigma_2)/2$ は $\Delta\gamma_{\max}/2$ は約0.12%までは弾性的に増加し、そこから徐々に塑性変形を生じ $\Delta\gamma_{\max}/2$ は約0.9%でピークに達する。また、 σ_3 は $\Delta\gamma_{\max}/2$ は約0.65%までは、ほぼ0であるがその点から急に増加し始める。これは、図-3の変位ベクトルを見ると判るが、パッキングの右上半分にある粒子が左上方に、左下半分にある粒子が右下方に変位する傾向が見られ、せん断帯が発生したためと考えられる。これより $\Delta\gamma_{\max}/2$ は約0.65%の時点が変形局所化への1つの分岐点であると考えられる。

ブランチ試験より得られた、8個の剛性行列のうち本試験の载荷方向に対応する2つの剛性行列 ($(\Delta \varepsilon_1 > 0, \Delta \varepsilon_2 < 0, \Delta \varepsilon_3 > 0)$ と $(\Delta \varepsilon_1 > 0, \Delta \varepsilon_2 < 0, \Delta \varepsilon_3 < 0)$ の象限の K_{ij}) の固有値解析の結果を図-4に示す。これは、本試験の各载荷段階における、2つの剛性行列のそれぞれの固有値を示している。载荷段階によっては、固有値が1つしか表示されていないところがあるが、剛性行列に有効な固有ベクトルがなかった場合である。

グラフを見ると、载荷過程の前半では固有値は比較的大きな値をとっている。これは、剛性行列が有効な载荷方向 ($\Delta \varepsilon_1 > 0, \Delta \varepsilon_2 < 0$) については、不安定な固有モードが存在しないことを示している。しかし、载荷過程の後半、 $\Delta\gamma_{\max}/2$ は約0.65%の付近から固有値が小さく0に近い値になっていく。これは、変形に対し抵抗の小さい、不安定な固有モードである。このモードには、上で示した局所的なせん断帯の発生による剛性の低下が関係していると考えられる。

5. あとがき

本文においては粒状体モデルの剛性の変化を考慮した固有値解析を行った。本試験のピーク以降で、ブランチ試験で求めた剛性行列にゼロ固有値がない理由は、ブランチ試験の8つの解析条件に本試験の条件が含まれていないことによるものと考えられる。今後、増分非線型性を $\Delta \varepsilon$ の正負以外の場合に拡張したい。

参考文献 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，vol.406/III-11,pp.97-106(1989).

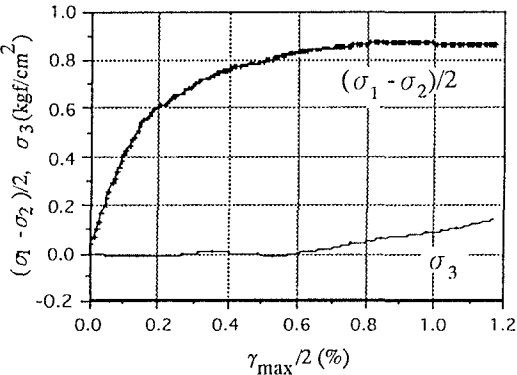


図-2 本試験の応力ひずみ関係

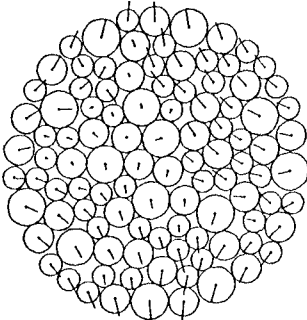


図-3 変位ベクトル図
(初期状態から $\gamma_{\max}/2 = 1.1\%$ まで)

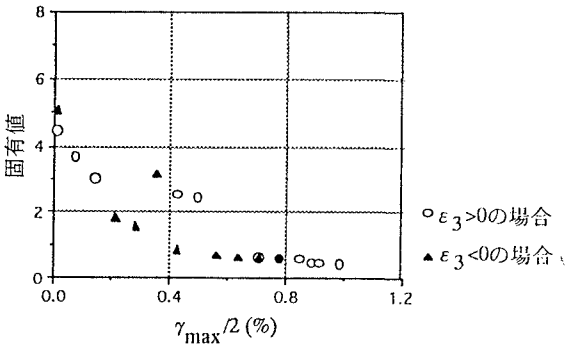


図-4 载荷に伴う固有値の変化
(本試験の载荷方向の K_{ij} について)