

せん断及び圧密に対する粒状体パッキング変化の考察

東北学院大学工学部土木工学科	○学生会員	鈴木 勝浩
東北学院大学工学部教授	正会員	佐武 正雄
東北学院大学工学部土木工学科	学生会員	星 則光

1. まえがき

粒状体は、粒子と間隙（粒子グラフのループ）から構成されている。我々は、間隙の解析に従来用いられている間隙率などの他に、近年導入されたループテンソル¹⁾及び新しく定義した接続テンソルを用いて変形過程におけるパッキングの変化を解析した。

2. ループテンソルと接続テンソル

ループテンソルは間隙に対応する粒子グラフのループについて定義されるが、接続テンソルは個々の粒子に接続する枝ベクトルによって次のように定義する（式(1), (2), (3)）。

$$\text{接続テンソル} \quad \pi = 1/2 \sum \tilde{\ell} \otimes \tilde{\ell} \quad (1)$$

$$\text{このとき} \quad \tilde{\ell} \otimes \tilde{\ell} = \ell^2 \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$\text{平均接続テンソル} \quad \langle \pi \rangle = 1/N \sum \pi \quad (2)$$

$$\text{分散接続テンソル} \quad \eta = 1/(N-1) \sum (\langle \pi \rangle - \pi)^2 \quad (3)$$

ここで、式(1)の ℓ は枝の長さ、 θ は枝の角度を示し、式(2), (3)の N はパッキングにおける粒子の数を示す。分散を示す式(3)はパッキングにおけるループの不均一性を表わしている。

次に、いろいろな条件下で構成されたパッキングの状態を数値化するために、変動係数 C と異方性を示す異方度 K を定義する。

$$\text{変動係数} \quad C = \text{tr} \sqrt{\eta} / \text{tr} \pi \quad \text{異方度} \quad K = \pi_1 / \pi_2 \quad \pi = \begin{pmatrix} \pi_1 & 0 \\ 0 & \pi_2 \end{pmatrix}$$

以上の式を用いて解析を進める。

3. 解析

これから行う解析は、名古屋工業大学の松岡 元 教授による実験結果を引用したものであり²⁾、ループテンソルと接続テンソルを導入して解析した。実験は、光弾性材料丸棒積層体（ $\phi 6\text{mm}$, $\phi 10\text{mm}$ ）によるせん断時の粒子間力と等方圧密時の粒子間力の伝達状況を調べたものであり、せん断応力と等方圧密をかけた際に得られる力の伝達ネット（図-1, 図-2）をループテンソルと接続テンソルを用いて解析した。

解析は、各ループのループテンソル及び各粒子ごとの接続テンソルを求め、全体の平均と分散を求めた。次に、各パッキングに対する異方度 K と変動係数 C を求め、その結果をグラフに示した。（図-3～図-6）

これらの解析結果を見ると、異方度は等方圧密では殆ど変化がなく、せん断においてはその値は大きくなつた。のことより、せん断によって異方性が増していることが分かった。次に、変動係数について見てみると等方圧密では、圧力が大きくなるにつれてループテンソル、接続テンソルともに値は小さくなりグラフは同じ傾向を示した（図-5）。一方、せん断応力をかけたパッキングにおける変動係数の値は、ループテンソルでは大きくなり、接続テンソルでは小さくなり異なるグラフ形状を示した（図-3）。これらの原因として考えられることは、ループテンソルの場合、せん断時においては極端に縦長の異方的ループが所々に表れるのに対し、接続テンソルの場合には構造上の性質により極端に異方的なものは現れないでのこのようない結果になったものと考えられる。

そこで極端に縦長であるループを図-1-(c)から五個抜いて変動係数を求めた結果、変動係数の値は $0.804100 \rightarrow 0.747603$ に減少し、接続テンソルのグラフの形状に近づいた。のことより、このような極端に異方的なループの存在が解析結果に影響を及ぼしたものと考えられる。

4. 結論

光弾性材料丸棒積層体による実験結果（圧密とせん断）をループテンソル及び接続テンソルから定義される変動係数などを用い、変形過程におけるパッキングの変形を解析した。等方圧密においては、変動係数が減少し異方度は殆ど変化がないのに対し、せん断においては異方度が増加した。せん断に対する変動係数はループテンソルと接続テンソルとで異なる変化を示したが、これはせん断において極端に異方的なループが生じるためであることが分かった。

これらの解析方法をさらに多くの例に適用して粒状体の性質を調べたいと思っている。

・参考文献

- 1) 安保祥成、佐武正雄：ループテンソルとその分散による間隙分布の解析、第29回土質工学研究発表会発表論文集、Vol. III, pp. 497-498
- 2) 松岡元他：粒子構造に基づいた粒状体の降伏について、第29回土質工学研究発表会発表論文集、Vol. III, pp. 479-481

図-1
せん断

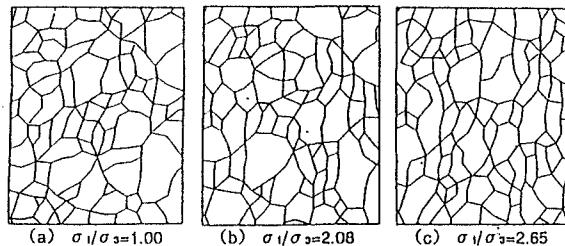


図-2
等方圧密

