

II-20

TVD-MacCormac法による1次元ダムブレイクシミュレーション

日本工営（株） 正会員 千田健一

1. 目的

衝撃波獲得法の一つであるTVD-MacCormac法により1次元ダムブレイクシミュレーションを行い、厳密解と比較して、本手法が工學上十分な精度を有することを示すものである。

2. 支配方程式

浅水理論が成り立つとして、支配方程式を以下に示す。

$$U_t + E_x = C \quad (1)$$

$$U = \begin{bmatrix} Q \\ A \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} (P/\rho)_0 + (Q^2/A) \\ gA(i_0 - i_t) \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(i_0 - i_t) \end{bmatrix} \quad \text{ただし、} I_t = \frac{n^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} \quad (2)$$

ここに、 i_0 :水路床勾配、 i_t :エネルギー損失勾配、 A :流積、 R :径深、 n :Hanningの粗度係数、 P :全水圧、 ρ :流水の密度、 Q :流量である。

3. 数値計算法

TVD形式のMacCormac法で計算する。離散方程式を以下に示す。

$$\text{予測子段階: } \bar{U}_j = U_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_j^n - E_{j-1}^n) + \Delta t C_j^n \quad (3)$$

$$\text{修正子段階: } U_j^{n+1} = \frac{1}{2} (U_j^n + \bar{U}_j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\bar{E}_{j+1} - \bar{E}_j) + \frac{\Delta t}{2} \bar{C}_j + \text{TVD}_j \quad (4)$$

$$\text{ただし、} \bar{E}_j = E(\bar{U}_j), \bar{C}_j = C(\bar{U}_j), \text{TVD}_j = \{G^+[r_j^*] + G^-[r_{j+1}^*]\} \Delta U_{j+1/2}^{n+1/2} - \{G^+[r_{j-1}^*] + G^-[r_j^*]\} \Delta U_{j-1/2}^{n+1/2}$$

$$\Delta U_{j+1/2}^{n+1/2} = U_{j+1}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2}, r_j^* = 1/r_j = \Delta U_{j-1/2}^{n+1/2} / \Delta U_{j+1/2}^{n+1/2}, G^+[r_j^*] = \frac{1}{2} \{1 - |v| \} [1 - \phi(r_j^*)]$$

$$v = \{ \max(U_j + \sqrt{gh_j}) \} \frac{\Delta t}{\Delta x}, \phi(r_j) = \begin{cases} \min(2r_j, 1), & r_j > 0 \\ 0, & r_j \leq 0 \end{cases} \quad (\text{制限関数})$$

4. 計算条件

このスキームの特性を調べるため、水平、摩擦抵抗なしの幅広矩形水路を用い、ダムブレイクシミュレーションを行った。ダムは $t=0$ で全断面取り払われるものとする。計算条件をTable.1、およびFig.1に示す。

5. 厳密解

与えられた条件に対する厳密解はStoker's methodで与えられる。 $h_0/h_1=0.5$ のときの厳密解をFig.2に示す。下流に向かう段波は静水面上を $dx/dt = \zeta$ (9.35m/sec.)で伝播する。

6. 計算結果

- (1) Fig.3は、通常のMacCormac法とTVD形式のMacCormac法の計算結果の比較である。TVD形式の採用により数値振動を完全に制御できた。
- (2) $t=60\text{sec.}$ における計算値と厳密解の比較をFig.4に示す。波先端は若干鈍るものの計算結果は解析解とほぼ一致した。

7. 結論

TVD-MacCormac法により1次元ダムブレイクシミュレーションを行い、厳密解と比較した。今回得た結論は次の2つである。

①TVD形式の採用により段波先端の数値振動を完全に制御できた。

②計算結果は解析解とほぼ一致した。

以上より本手法は実用上十分な精度を有していると思われる。

参考文献

- 1) ROBELT J. FENNEMA, M.NANIF CHAUDHRY : Simyulation of one-dimensional dam-break flow ; JHR, vol.25, 1987, No.1, pp41-51.
- 2) 河村 三郎、中谷剛ら: 常流・射流の混在する流れの数値計算法関する研究、土木学会第47回学術講演会、1992, pp626-627
- 3) 日本機械学会編: 流れの数値シミュレーション、pp117-118, コロナ社、1988.

Table.1 計算条件

空間格子間隔	: $\Delta x=20\text{m}$
時間間隔	: $\Delta t=0.1.\text{sec.}$
上流水深	: $h_1=10\text{m}$
下流水深	: $h_0=5\text{m}$
水路長	: 2000m

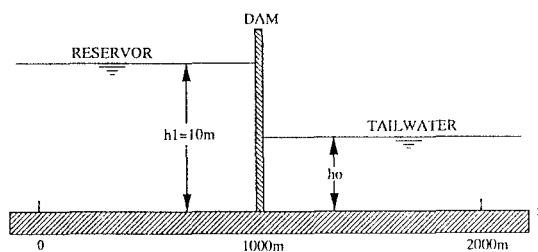


Fig. Definition sketch.

Dam ($t=0$)

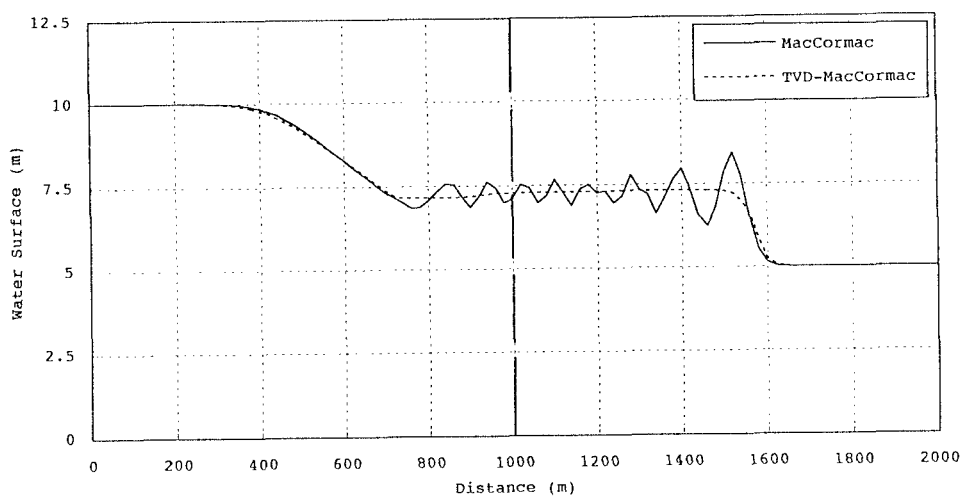


Fig . Dam-break Simulation by two methods.

Dam ($t=0$)

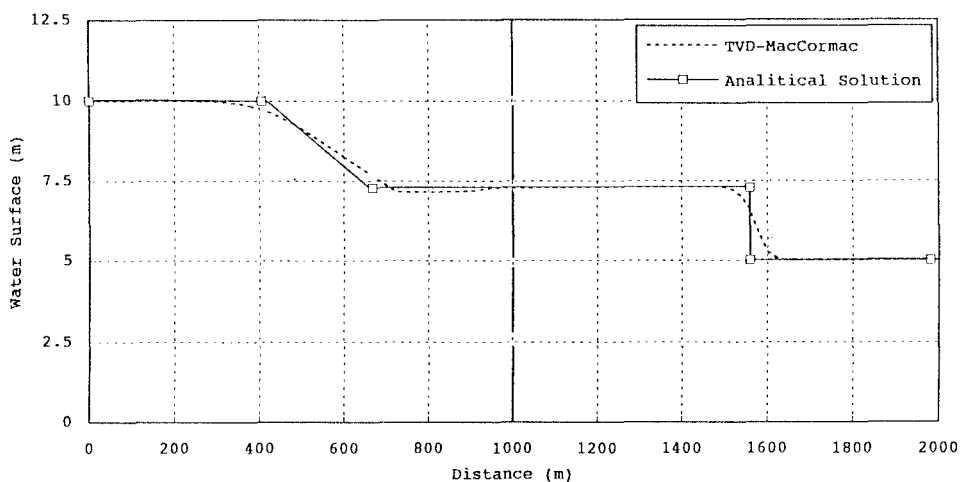


Fig . Comparison of TVD-MacCormac Schemes, $h_0/h_1=0.5$