

一様圧縮を受ける長方形板の非弾性挙動解析

東北大学工学部 ○学生員 藤本 国博
東北大学工学部 正 員 中沢 正利
東北大学工学部 正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき

面内一様圧縮を受ける長方形板の弾塑性挙動については、材料の降伏後に生じる塑性座屈モードの局所化現象に関する研究が松岡ら¹⁾によって行われている。塑性座屈モードの局所化現象とは、座屈後の荷重載荷に伴い座屈波形の特定の部分に塑性変形が集中し、弾塑性板の強度及び変形能が大きく低下する現象である。座屈モードの局所化現象は、構造物の釣り合い主経路上に存在する第1分岐点での分岐座屈モードに周期性などの何らかの対称性がある場合、その分岐経路上の荷重減少経路上に存在する第2分岐点（非対称変形）により生ずると言われている。しかしこの様な挙動は、材料非線形と構造不安定の両者を同時に含む数値計算上非常に困難な問題である。DRMは擬振動問題から静的解を求めるという特徴を持つため、得られる解は常に安定な現実起こり得る経路上の解であると考えられる。また材料非線形性の導入も極めて容易であることが分かっている。そこで本研究では、DRMを用いて一様圧縮を受ける弾塑性長方形板の有限変位解析を行い塑性座屈現象を調べると共に、塑性座屈後の安定な釣り合い経路を追跡し、松岡らの解析で得られている分岐経路と比較した。

2. 解析手法

DRMでは、まず板の釣り合い方程式に動的項（慣性項＋粘性項）を付加した擬振動問題の釣り合い式を考え、これを差分表示し繰り返し代入計算のみで振動問題を解いていく。構造不安定問題あるいは材料非線形問題においても適切な減衰係数を用いれば、振動は収束し最終的に静的な解が得られる。解析には図-1に示した四辺単純支持された矩形板を用い、変位制御で一様圧縮変位を板に加える。ここで u は x 方向面内変位、 h は板厚である。長方形板の形状は b を常に一定とし、 a を変化させて縦横比 α を変え、差分メッシュは正方形を用いた。計算では、各節点の面外たわみ w 、面内変位 u 、 v 、強制変位端部に生じる平均膜力 p_x を求めた。

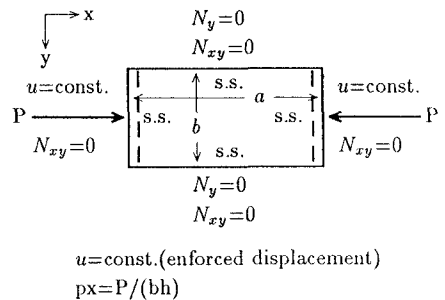


図-1 解析対象板

DRMの解の精度を検証するために、 x 方向、 y 方向共に $\sin$ 半波の初期たわみを有する正方形弾性板の解析を行ない、三角級数を用いた手法で解析を行っているYamaki²⁾の解析解と比較した。比較図を図-2に示す。図の横軸は y 方向の差分節点数 ny 、縦軸はDRMの解とYamaki解との比を取っている。ここで図中の w/h は、板中央のたわみの無次元化量、 w_0 は板中央の初期たわみ量である。図-2から差分節点数が $ny=9$ 以上であれば、誤差5%以内でYamakiの解と対応する。弾塑性板解析では、材料非線形性を含むことから弾性板より幾分多めの節点数が必要と考えられるので、差分節点数は $ny=13$ 程度とすることにした。

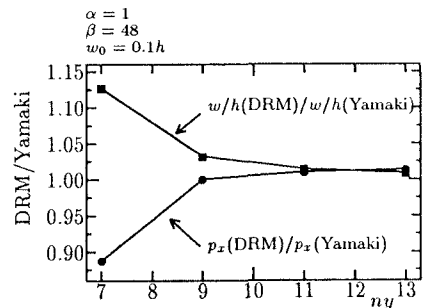


図-2 差分節点数とDRM解の精度

3. 弾塑性板数値解析

長方形板（ $\alpha=2$ ）の弾塑性解析を行なう上で、応力-ひずみ関係は移動硬化を考えた Bi-linear 型を仮定した。降伏条件には、von Mises の条件、降伏曲面の移動には Ziegler 則を用いた。材料定数は $\sigma_Y=2400(\text{kgf/cm}^2)$ 、

$E_p=E/100$, $\nu=0.316$ とする。解析には幅厚比 $\beta=25, 40, 50$ の三種類の板を用いた。構造不安定を含む長方形板の計算を円滑に行なうために、計算の初期に撓乱を横荷重 $q(x,y)=Q \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/2b)$ の形で与えた。解析では、 $Q=\text{const.}$ とした対称形撓乱 *caseA* と、 $0 < x \leq 0.5a$ では $Q=\text{const.}$, $0.5a < x \leq a$ では $Q=0.5\text{const.}$ とした非対称形撓乱 *caseB* の二種類を考えた。

解析によって得られた平均膜力-強制変位関係を図-3に松岡ら¹⁾の結果と共に示す。図-4には、松岡らの変形モードを、図-5、図-6には DRM により得られる図-3中の No.1 点と No.2 点の変形モードをそれぞれ示した。

強制変位 $u/(\alpha\beta^2) \times 10^3 \leq 6$ の範囲では、 $\beta=25$ 以外は塑性座屈を起こす。塑性座屈を起こさない $\beta=25$ の挙動は、応力-ひずみ関係と相似の動きを示している。これは松岡らの塑性座屈を起こさないケース $\beta=28.6$ に対応した結果である。塑性座屈の発生する $\beta=50$ では、図-3において *caseA*, *caseB* 共に塑性座屈直後同じ挙動を示す。図-5、図-6から No.1 での変形モードを比較すると、*caseA* は対称形であるのに対し *caseB* は非対称な 3sin 半波の変形モードで、変形形状は異なるが面外たわみが微小なため耐力には大きな違いがでていないと思われる。さらに変形が進むと *caseA* は松岡らの第1分岐経路近傍で *caseB* とは異なり第1分岐経路を辿り、その後第2分岐経路に漸近する。一方 *caseB* は、非対称な撓乱の影響から滑らかに第2分岐経路に漸近する。No.2 での変形モードは、*caseA* はやや非対称な sin 1 波の変形モードに移行しているのに対し、*caseB* は左右の波形の振幅自体に大きな変形の偏りが現れている。また *caseB* の No.2 モードは松岡の第2分岐経路のモードに類似している。

以上の解析から DRM を用いて塑性座屈現象を追跡出来る事を示した。弾塑性長方形板では塑性座屈後、塑性変形の非可逆性から撓乱が塑性変形に影響を与える。しかし撓乱の違いによらず変形の進行につれ塑性変形が非対称に集中するモードに移行するという結果が得られた。

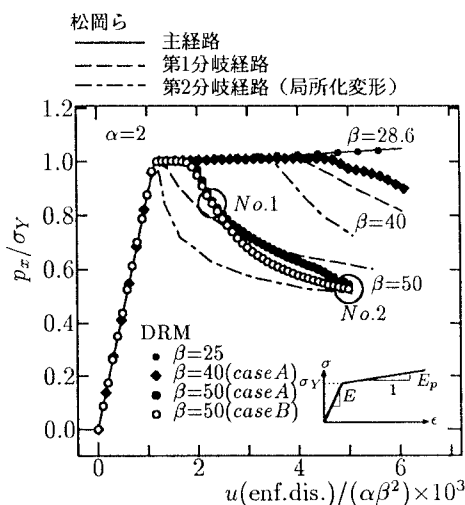


図-3 長方形板の弾塑性挙動

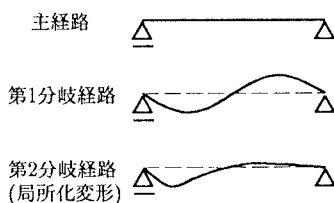


図-4 変形モード (松岡ら)

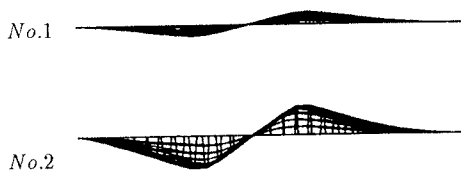


図-5 $\beta=50(\text{caseA})$ 変形モード

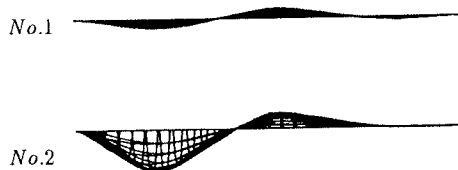


図-6 $\beta=50(\text{caseB})$ 変形モード

参考文献

- 1) 松岡 宏典, 後藤 芳顕, 鳥羽 保行: 圧縮板の塑性座屈モードの局所化と繰り返し荷重下の劣化挙動, 土木学会第 49 回年次学術講演会, pp.166-167, 平成 6 年.
- 2) N.Yamaki: Postbuckling behavior of rectangular plates with small initial curvature loaded in edge compression, *Journal of Applied Mechanics*, pp.407-414, September, 1959.