

I - 20

動的緩和法による弾性矩形板の後座屈挙動
解析

東北大学工学部 ○学生員 河野 公一
東北大学工学部 正 員 中沢 正利
東北大学工学部 正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき

動的緩和法の基本原理は、基礎つり合い方程式に人為的な慣性項および減衰項を導入して動的問題に直し、その減衰振動を計算して定常解を得ることにより、構造物の静的な挙動を求めることである。この方法では疑似振動方程式を解くので、つり合い経路上の不安定点近傍においても、より安定な経路を自動的に探索することとなることが予想され、よって得られる解は実際に起こり得る安定解であると考えられる。つまり、構造物の不安定挙動に対しても、その対象構造物の減衰自由振動における最適減衰係数を与えることによって、安定経路を導き出すことができると考えられる。そこで本研究では、この動的緩和法を用いて弾性板の後座屈挙動を解析し、また、文献¹⁾による解析結果と比較することにより、後座屈不安定挙動に対する動的緩和法の適用性を検討したので報告する。

2. 解析手法

図-1に示すように、長さ a 、幅 b 、厚さ h の板がパネル片端で一様強制変位を受ける場合を考える。強制変位を受けない端部について、境界 $x = 0$ 、 $y = b$ においては境界辺と垂直方向の変位は常に0であり、 $y = 0$ では剛な梁が組み込まれており、ばね係数 K なるばねが連結されている。これは $K = \infty$ なら、 y 方向への変位は起こらないことを示し、 $K = 0$ なら、境界辺がまっすぐな状態を保ちながら、 y 方向への変位が自由にできることを示している。さらにせん断応力については、いずれの境界においても0である。また解析する板は完全弾性体で、支持境界条件は四辺単純支持とする。

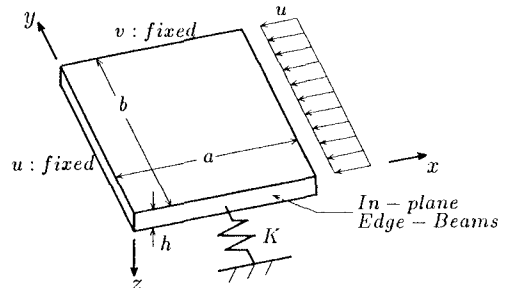
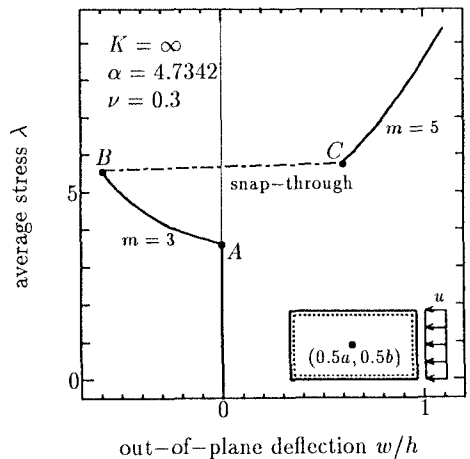


図-1 一様強制変位を受ける板モデル

3. 解析結果および考察

まず図-1の板において、ばね定数が $K = \infty$ の場合について解析した結果を図-2、図-4に示す。ここで α は縦横比、 ν はポアソン比であり、 m は x 方向への sin 波形の半波数を示す。また λ は、境界 $x = a$ での x 方向の平均応力である。この曲線は板の中央点で代表させた荷重 - たわみのつり合い経路を示している。図-2では、まず点 A で初期座屈により分岐し、点 B まで上昇していく。そして点 B で二次座屈により点 C へ飛び移りをし、その後また滑らかに上昇している。この傾向は図-4においても同じである。文献¹⁾によると、一様強制変位を受ける四辺単純支持板の初期座屈は縦横比にかかわらずほぼ同じ荷重で起こり、また面外変形モードについては、縦横比が大きくなるにつれ、モード次数 m が増えていくことがわかっている。この図-2、図-4の解析結果においても、まず初期座屈については、それぞれ


図-2 板の後座屈挙動 ($K = \infty, \alpha = 4.7342$)

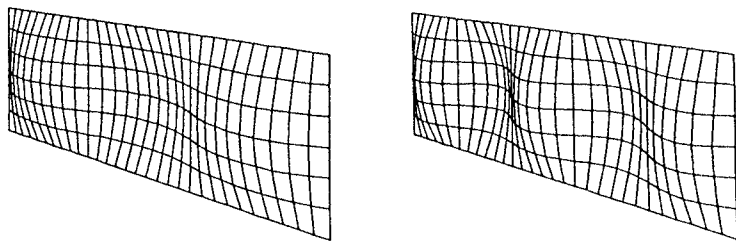


図-3 面外変形モード ($B : m = 3, C : m = 5$)

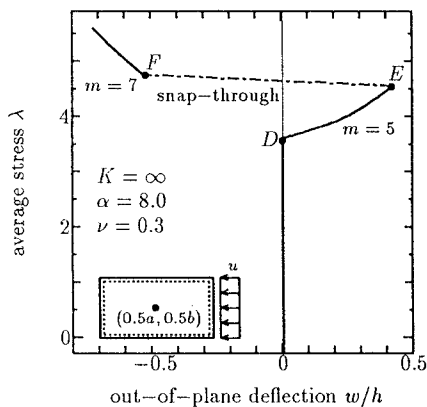


図-4 板の後座屈挙動 ($K = \infty, \alpha = 8.0$)

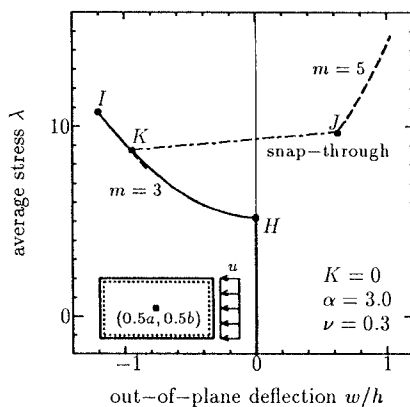


図-5 板の後座屈挙動 ($K = 0, \alpha = 3.0$)

点 A 、 D で起こっており、その時の λ の値はほぼ同じである。また面外変形モードについては、縦横比 $\alpha = 4.7342$ の場合は $m = 3$ から $m = 5$ へと変化(図-3)し、縦横比 $\alpha = 8.0$ の場合は $m = 5$ から $m = 7$ へと変化しており、文献¹⁾の解析結果と一致している。次に、ばね定数が $K = 0$ の場合について解析した結果を図-5に示す。応力を増加させて求めた実線の経路については、点 H で初期座屈により分岐し、点 I まで上昇していくが、点 I 以降の解析については、振動が激しく定常解を得ることができなかった。そこでの振動中の面外たわみの形状は、モード $m = 3$ と $m = 5$ との間で交互に変化していた。そこで、平均応力 λ の高いレベルで $m = 5$ の経路を探索し、その後、応力を低減させる解析を行い、波線で示される経路を得た。波線の経路については、まず点 J まで下降し、そしてモードが $m = 5$ から $m = 3$ へと変化し経路 HI 上の点 K に飛び移り、その後は経路 HI に沿って下降している。実線の経路で、初期分岐点 H から点 I までは安定な経路として解析されているので、必ずしも点 K から点 J に飛び移るというわけではない。このように、境界条件が比較的にフレキシブルで、大きな変形を許す $K = 0$ の場合には、動的緩和法によっても安定経路は求めにくくなることわかる。

4. あとがき

ばね係数 $K = \infty$ では飛び移り点のような不安定な領域においても安定解を得ることができ、また、 $K = 0$ においても面外変形モードを推定し、応力を低減する経路で解析することにより後座屈挙動を追跡することができた。

参考文献

- 1) T.Nakamura and K.Uetani: The secondary buckling and post-secondary-buckling behaviours of rectangular plates, Int.J.Mech.Sci.Vol.21,pp.265-286,1979.