

異なるスペクトルによるかたちの表現

八戸工業大学 正会員 長谷川 明  
八戸工業大学 岩松 美宏

1. はじめに

砂やれきのような粒状体では、構成する粒子のかたちによって物理的な性質が異なることが考えられる。このような粒子のかたちを評価する方法としては、粒子射影の突起部の角度を使って評価するアンギュラリティや、射影の最大内接円と突起部の内接円の半径を使って評価するラウンドネスなどがある。このようなかたちの評価方法を計算機で処理しようとする、粒子の突起部の認識が非常に難しく安定した評価値を求めることが困難である。これに対して粒子形状を評価する方法としてかたちのスペクトルを用いる方法がある。これは射影された粒子形状の外形線を多くのベクトルによって表現されていると考える方法である。このベクトルとしては、かたちの図心から外形までを結ぶベクトル（ここでは動径ベクトルとよぶ）と、外形を表現する節点と節点の間を結ぶベクトル（ここでは節点間ベクトルとよぶ）がある。

本文は、この2つのベクトルを使って表現されるスペクトルの相違について考察したものである。

2. 2つのベクトルによるかたちの表現

形を図1のように離散化されたn個の節点を結ぶ線分で表現するとき、これらn個の節点と基準点を結ぶ動径ベクトル $Z_j$ を直接使って、

$$Z_j = X_j + iY_j$$

ここで、 $i = \sqrt{-1}$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots, n$   
と表現する方法と、節点と次の節点を結ぶベクトル

$$W_j = Z_{j+1} - Z_j$$

を使って、

$$Z_j = Z_0 + \sum_{k=0}^{j-1} W_k$$

と表現する方法がある。

3. 動径ベクトルによるかたちのスペクトル  
基準点からの動径がスペクトル解析によって

$$R = a_0 + \sum_{k=1}^N a_k \cos(k\theta + \phi_k)$$

と表現されるとする。ここで、 $a_k$ と $\phi_k$ はそれぞれかたちのスペクトル $k$ 成分の振幅と位相差である。

いくつかのこのスペクトルによる単一スペクトルのかたちの表現を図2（分割数は36である）に示す。図から、 $a_0$ は円を示し、 $k$ が大きくなると凹凸の激しい形を

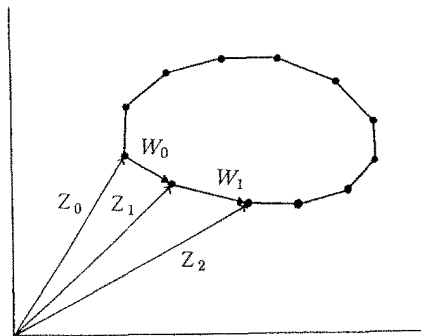


図1 かたちの表現

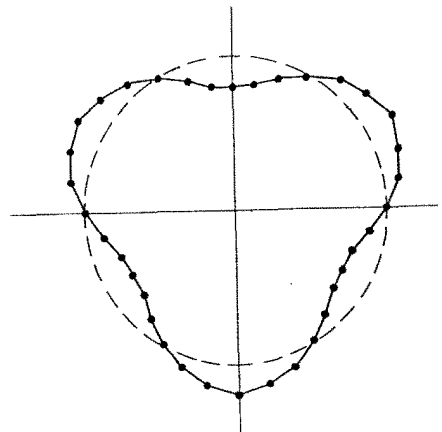


図2 単一スペクトルによるかたち  
（動径ベクトルの場合  $k = 3$ ）

表現することがわかる。 図3に複数の成分からなる形を示す。

このことからこのスペクトルの高周波成分は凹凸が激しい成分を示し、緩やかな形状の変化は低周波成分が表現していることが推測される。

4. 節点間ベクトルによるかたちのスペクトル  
いま、節点間ベクトルがスペクトルによって

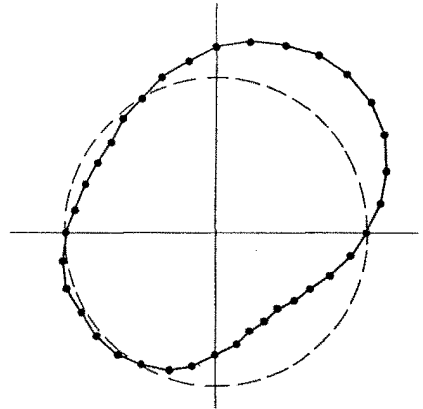
$$W_j = \sum_{k=0}^{n-1} c_k \left( \cos \frac{2\pi jk}{n} + i \sin \frac{2\pi jk}{n} \right)$$

と表現されるとする。ここで、 $c_k$ は節点間ベクトルによるかたちのスペクトル $k$ 成分である。

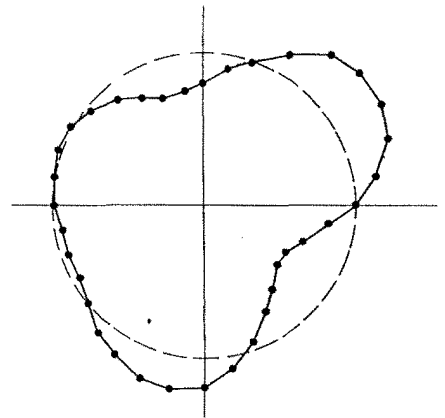
いくつかのこのスペクトルによる単一スペクトルのかたちの表現を図4 ( $n=36$ の場合) に示す。図から、このスペクトルの高い成分は、回転のスピードが早いことが示されている。複数のスペクトルの成分によるかたちの例を図5に示す。

#### 5. まとめ

2種類のスペクトルによるかたちの表現について考察した。形を表現するベクトルとしてなにを使うかによってスペクトルの表現が異なることがわかった。動径ベクトルをも散るとかたちの凹凸を簡単に表現できること、スペクトルの周波数の持つ意味は凹凸の激しさとの関係があることが示され理解しやすい利点がある。しかし、複雑なかたちの場合には動径ベクトルでは表現できない場合があることから、節点間ベクトルの利用も検討されなければならない。今後さらに検討したい。



$$Z = 100 + 20 \sin \theta + 20 \sin 2\theta$$



$$Z = 100 + 20 \sin 2\theta + 20 \sin 3\theta$$

図3 複数のスペクトル成分によるかたち  
(動径ベクトルの場合)

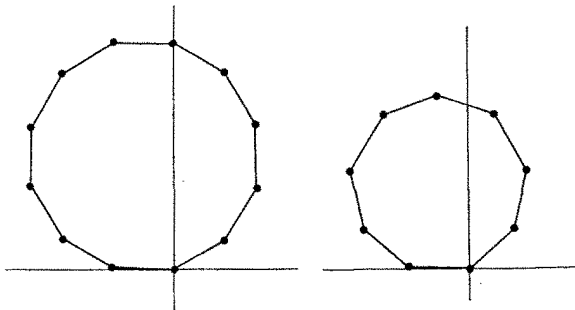
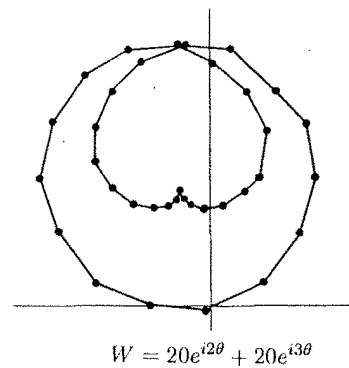


図4 単一スペクトルによるかたち  
(節点間ベクトルの場合左は $k=3$ , 右は $k=4$ )



$$W = 20e^{i2\theta} + 20e^{i3\theta}$$

図5 複数のスペクトル成分によるかたち  
(節点間ベクトルの場合)