I－２

変形の局所化を考慮した弾塑性材料の数値解析

東北大学工学部　○学生員　上田　勝久
東北大学工学部　正　員　岩熊　哲夫
東北大学工学部　正　員　中沢　正利

1.　まえがき

すべり面のような変形の局所化は地盤の破壊に大きく影響することから，近年注目され，その研究が行なわれている[1)]．本論文では，基礎の押込み問題を例に地盤の挙動を数値シミュレーションし，変形局所化のモデルとして定義するせん断帯の発生を検討した．構成則には地盤材料の挙動やせん断帯発生の予測に適すると考えられる二重すべりモデルを用いて，有限変形理論に基づく有限要素法による数値解析を行なった．

2.　基礎方程式

変形の局所化は物体内でのある不連続面の発生と捉えることができ，そのモデルとしてのせん断帯の存在は，対象としている物体内に少なくともひとつの速度勾配の不連続をつり合い式が容認する時点で可能となると考える．物体内に法線方向を $\boldsymbol{\nu}$ とするある不連続面が存在し，その面をまたいで，その法線 ξ 方向に速度 $\boldsymbol{v}$ の勾配が不連続であれば，あるいは空間座標成分に座標変換して

$$\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial \xi} \right\rangle = \eta_i \quad \text{or} \quad \langle v_{i,j} \rangle = \eta_i\, \nu_j \qquad (1)$$

なる η が存在すれば，せん断帯の発生が可能となる．ここに括弧 $\langle \cdots \rangle$ は不連続線を跨いでの括弧内の量の jump 量を表わす．このような不連続が可能であるためには，少なくともこの面の法線方向の表面力の連続が要求され，

$$\langle \dot{n}_{ij} \rangle \nu_i = 0 \qquad (2)$$

ここに $\dot{n}$ は nominal 応力速度で，構成則により

$$\dot{n}_{ij} = F_{ijkl}\, v_{k,l} \qquad (3)$$

で速度勾配と関係づけられる．今考えている不連続線が存在するには零でない η が存在しなければならず，式 (1) から式 (3) よりせん断帯の発生条件は次式で定義される．

$$\det |\, F_{ijkl}\, \nu_i\, \nu_l \,| = 0 \qquad (4)$$

次に解析に用いる構成則は，結晶塑性論にも用いられる二重すべりモデルで，式 (3) の $\boldsymbol{F}$ が次で与えられる[2)]．

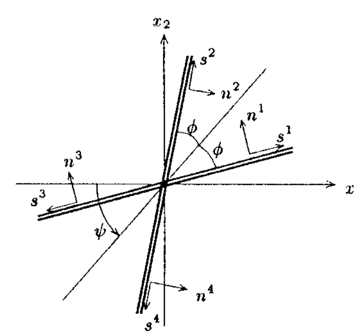
$$F_{ijkl} = L_{ijkl} - \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{lm} + \delta_{il}\delta_{km})\sigma_{mj} + \frac{1}{2}(\delta_{jk}\delta_{lm} - \delta_{jl}\delta_{km})\sigma_{mi}$$
$$-(L_{ijpq}p^{\alpha}_{pq} + \omega^{\alpha}_{ip}\sigma_{pj} + \omega^{\alpha}_{jp}\sigma_{pi})M^{\alpha\beta}p^{\beta}_{mn}(L_{mnkl} - \sigma_{mn}\delta_{kl})$$

ここに，$\boldsymbol{L}$ は弾性係数，$(M^{\alpha\beta})^{-1} = N^{\alpha\beta} = h^{\alpha\beta} + p^{\alpha}_{ij}(L_{ijkl} - \sigma_{ij}\delta_{kl})p^{\beta}_{kl}$ であり，$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{\omega}$ は二次元においては 図－1 に示す角度 ψ, ϕ で表現されるすべり系から決まる幾何量で次で定義される．

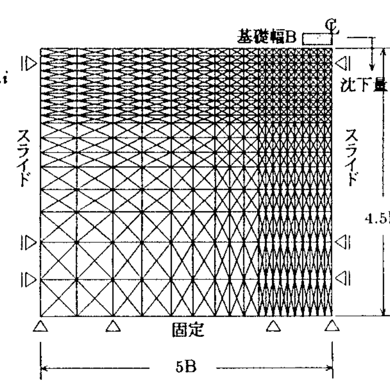
$$\boldsymbol{p}^1 = -\boldsymbol{p}^3 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sin 2(\psi-\phi) & \cos 2(\psi-\phi) \\ \cos 2(\psi-\phi) & -\sin 2(\psi-\phi) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{p}^2 = -\boldsymbol{p}^4 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sin 2(\psi+\phi) & -\cos 2(\psi+\phi) \\ -\cos 2(\psi+\phi) & -\sin 2(\psi+\phi) \end{bmatrix}$$

$$\omega^1 = -\omega^2 = -\omega^3 = \omega^4 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$



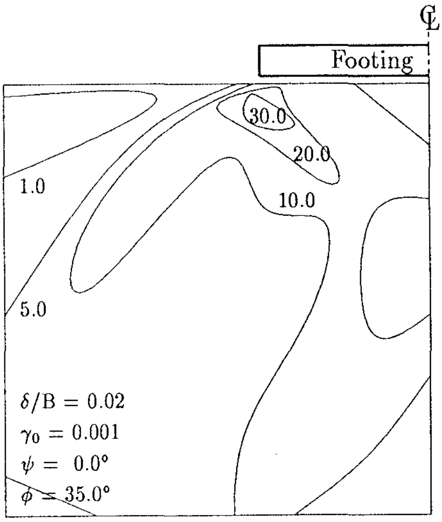
図－1　平面内のすべり系



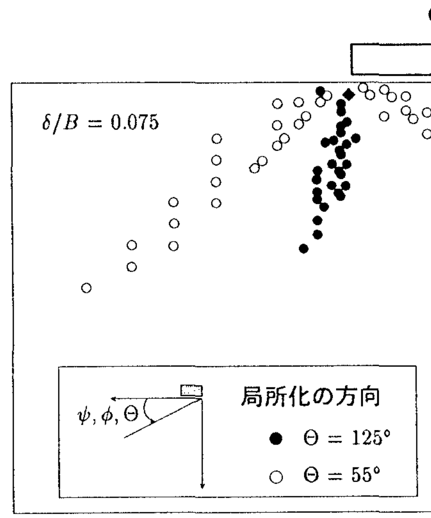
図－2　有限要素モデル

3. 数値解析結果

平面問題の例として基礎の押込み問題を取上げ，図−2 に示す有限要素モデルでその変形を有限要素解析し，さらに式 (4) を規準とするせん断帯発生箇所を調べた．二重すべりの角度は材料定数として $\psi = 0°, \psi = 15 \sim 75°$ の範囲で変化させて与えた．ここでは $\psi = 0°, \psi = 35°$ の場合のみの結果を示す．ただし全ての角度は 図−4. に示す向きに取るものとする．正規化した偏差ひずみ $e' \equiv \sqrt{\epsilon'_{ij}\epsilon'_{ij}}$ の分布 図−3. を見ると基礎端部から基礎中央下方に向かう領域にひずみが集中していることがわかる．無論これは ϕ の変化によって異なってくるが，極限解析などによるすべり線との類似がみてとれる．一方 図−4. は規準式 (4) を満足するせん断帯発生可能箇所の分布で，式 (4) より $\Theta \equiv 90° + \tan^{-1}(\frac{\nu_2}{\nu_1})$ で得られる局所化の方向，および最初にせん断帯の発生が可能となる点 (◇) も示してある．発生箇所の分布はやはり上述のすべり線に類似しているが，それに加えて基礎端部直下で最初にせん断帯が発生した後，真下にも伸びていることが特徴的である．これは実験などで観察される二次的と思われるすべり線の向きに近い．



図−3 正規化した偏差ひずみ e'/γ_0



図−4 せん断帯発生可能箇所

4. まとめ

本数値解析の結果から，砂などの構成則として候補となりうる二重すべりモデルを用いた地盤挙動予測の場合には，極限解析のように金属の最も簡便な塑性論に基づく予測と異なり，実測でみられるような複雑なすべり線の発生を予測し得ることを示すことができた．また局所化のモデルとしてのせん断帯発生規準も，二重すべりといった適切な構成則を用いることにより，実際の局所化発生の予測ができることがわかった．ただし，妥当な二重すべりの方向の設定，およびその方向と，発生規準を式 (4) としたとき得られる局所化の方向の関係の検討が必要であろう．最後にこのせん断帯発生規準を認めた上で，その発達をどの様に解析するかを今後の課題としたい．

参考文献

1) 地盤の破壊とひずみの局所化に関する研究委員会，地盤の破壊とひずみの局所化，土質工学会 1994.
2) Iwakuma, T. and Nemat-Nasser, S.: Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals, *Proc. R.Soc. Lond.* A394, pp87-119 1984.