Ⅲ－７

粒状体の３次元解析について

東北学院大学工学部　　学生員　○相澤　　亮
東北学院大学工学部　　正会員　　佐武　正雄
東北学院大学工学部　　　　　　大友　健夫

１．まえがき

粒状体の３次元解析では、粒子グラフにおいてループの他に間隙セルを導入することが必要となる。間隙セルを間隙の一つの単位と考え、セルマトリックスを導入して解析する。本文は間隙セルを中心に３次元解析について考察を行ったものである。

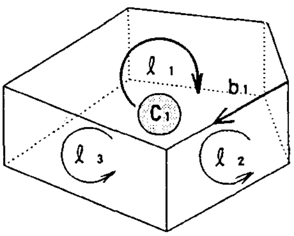
２．３次元のグラフ表現

２次元の粒状体において、間隙を双対粒子におきかえてその中心を定め、隣接する間隙の中点を結ぶ枝を描くことによって、粒子グラフの双対グラフである間隙グラフをつくることができる。

３次元の場合、間隙は全部連結しているが、ループによって囲まれるセル（cell）を考え、このセルが間隙に対応する一つの単位（間隙セル）と考えれば、２次元の場合と同様に間隙グラフを導入することができる。これらの対応を示すと表－１のようになる。

表－１　３次元の双対性

粒子グラフ	点	枝	ループ	セル
間隙グラフ	セル	ループ	枝	点



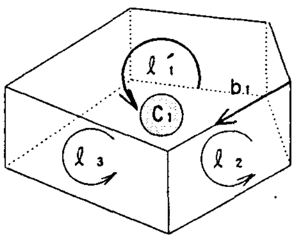
図－１

３．L・C＝０の説明

３次元の粒状体のマトリックス表示において、ループマトリックスとセルマトリックスには

$$L \cdot C = 0 \qquad \cdots (1)$$

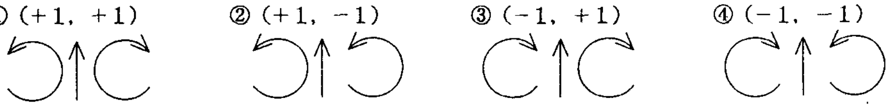
の関係が成立する。この場合の枝の方向やループの回転の向きが変わることにより、マトリックス表示がどのように変わるかを考え、式（１）が成立することを証明する。ここでは、ループを通して枝とセルの関係について考える。



図－２

図－１に示すように、枝（b_1）を一つだけ考え、これを基準にしてループ、セルの関係を考える。また枝の方向、ループの回転の向きは適当である。またセルはループによって方向を決めることができる。これは点と枝の場合、枝に何か向きをつけることによって点に＋，－が定まるのと同様で、セルもループに向きをつけることにより、セルに＋（ループの回転がセルから外部に向う回転と一致）、－（ループの回転が外部からセルに入る回転と一致）をつけることができる。すると枝（b_1）の隣り合うループの回転の向きは次の４通り考えられる。

①（＋１，＋１）　②（＋１，－１）　③（－１，＋１）　④（－１，－１）



ループマトリックスLと同様に、セルマトリックスCを考え、式（1）の成立を考えてみる。、図－1についてループ（ℓ_1），（ℓ_2），（ℓ_3）に着目し、マトリックス表示で考えてみると、ループマトリックスLとセルマトリックスCはそれぞれ次のようになる。

$$L = \begin{array}{cc} & \text{L（ループマトリックス）} \\ & \begin{array}{cccc}(1)\cdots & \ell_1 & \ell_2 & \ell_3\cdots\end{array} \\ \begin{array}{c}(b)\\ b_1\\ \end{array} & \left[\begin{array}{ccc} & & \\ +1 & +1 & 0 \\ & & \end{array}\right]\end{array} \quad\cdots(2) \qquad C = \begin{array}{cc} & \text{C（セルマトリックス）} \\ & \begin{array}{c}(c)\cdots c_1\cdots\end{array} \\ \begin{array}{c}(1)\\ \ell_1\\ \ell_2\\ \ell_3\\ \end{array} & \left[\begin{array}{c} \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ \\ \end{array}\right]\end{array} \quad\cdots(3)$$

この場合の式（2）と（3）の積をつくれば、Lの行（b_1）とCの列（c_1）の積は次のようになる。

$$(b_1)\cdot(c_1)=\{(+1)\times(-1)\}+\{(+1)\times(+1)\}+\{0\times(+1)\}=0$$

故に式（1）が成り立つ

図－2について、あるループの回転の向きを変えた場合のマトリックス表示について考えてみる。例えばループ（ℓ_1）を逆向きのループ（ℓ_1'）に置き換えると、LとCはそれぞれ次のようになる。

$$L = \begin{array}{cc} & \text{L（ループマトリックス）} \\ & \begin{array}{cccc}(1)\cdots & \ell_1' & \ell_2 & \ell_3\cdots\end{array} \\ \begin{array}{c}(b)\\ b_1\\ \end{array} & \left[\begin{array}{ccc} & & \\ -1 & +1 & 0 \\ & & \end{array}\right]\end{array} \quad\cdots(4) \qquad C = \begin{array}{cc} & \text{C（セルマトリックス）} \\ & \begin{array}{c}(c)\cdots c_1\cdots\end{array} \\ \begin{array}{c}(1)\\ \ell_1'\\ \ell_2\\ \ell_3\\ \end{array} & \left[\begin{array}{c} \\ +1 \\ +1 \\ +1 \\ \\ \end{array}\right]\end{array} \quad\cdots(5)$$

この場合の式（4）と（5）の積をつくれば、Lの行（b_1）とCの列（c_1）の積は次のようになる。

$$(b_1)\cdot(c_1)=\{(-1)\times(+1)\}+\{(+1)\times(+1)\}+\{0\times(+1)\}=0$$

故に式（1）が成り立つ

以上、図－1，2の例で説明したが、その他の場合も全く同様に式（1）が成り立つことが示される。

4．あとがき

本論では3次元解析の特徴として、間隙の単位となる間隙セルを導入し、セルマトリックス（ループとセルの関係を示すマトリックス）Cを導入して、L・C＝0となることを示した。今後の課題としては、より多数の球粒子の集合体にこれらのセルマトリックスを導入して、間隙セルの分散の考察を行い、力学的概説との対応を調べていきたいと考えている。