

II - 52

構造物の撓み、流木の塑性と衝突角度を考慮した場合の流木衝撃力

秋田大学 正員 松富英夫 学生員○池田弘樹

1. まえがき 本研究は、流木衝撃力の緩衝機能として構造物の撓み、流木の塑性と内部減衰を考え、簡単な弾塑性モデルを用いて、構造物に任意角度で衝突する流木の最大衝撃力評価法を考案するものである。

2. 理論

2.1 一般的な場合 直径 D 、長さ L 、質量 M 、移動速度 v_{A0} の流木が、構造物の法線方向に対して、角度 θ を持って衝突する場合を考える。流木の弾性歪み時のエネルギー減衰が無視できないとすると、 $0 \leq t \leq \Delta t_p$ での流木の運動方程式は、

$$C_M M dv_A/dt = -F - C_L(v_A - d\delta/dt) \\ = -\sigma_f A - C_L(v_A - d\delta/dt) \quad \dots(1)$$

ここで、 Δt_p は衝撃力立ち上がり時間、 C_M は質量係数（ $=1 + \text{付加質量係数}$ ）、 v_A は流木全体の平均的移動速度（ $=\sum v_{Ai}/n$ 、 n は移動質点数）、 F は流木の衝撃力、 C_L は減衰係数、 δ は構造物の撓み量、 σ_f は流木の降伏応力、 A は流木の接触面積である。

衝突角度が零でない時は、流木に角運動量保存則が適用されねばならない。流木の角運動量式は、

$$I_w d\omega/dt = \sigma_f A L \sin\theta/2 \quad \dots(2)$$

ここで、 I_w は流木の重心回りの慣性モーメント（ $=C_M M L^2/12$ ）、 ω は流木の水平回転角速度である。

また、 ω の v_A 、流木の変形量 α 、 δ との関係は、

$$L\omega/2 = (v_A - d\alpha/dt - d\delta/dt) \sin\theta \quad \dots(3)$$

ここで、流木重心の移動速度 $\dot{v}_A$ と考えている。

接触面積 A と変形量 α の間には次式の関係がある。

$0 \leq B_1 = 1 - 2\alpha/D \sin\theta \leq 1$ に対して、

$$A = D^2 [\sin^{-1}(1 - B_1^2)^{1/2} - B_1(1 - B_1^2)^{1/2}] / 4 \cos\theta \quad \dots(4a)$$

$0 < B_2 = 2\alpha/D \sin\theta - 1 < 1$ に対して、

$$A = \pi D^2 / 4 \cos\theta - D^2 [\sin^{-1}(1 - B_2^2)^{1/2} - B_2(1 - B_2^2)^{1/2}] / 4 \cos\theta \quad \dots(4b)$$

式(4a)は接触面が流木中心に達するまで適用される。それ以後は式(4b)の適用となる。 θ が小さい時、接触面は流木中心を越え得る。しかし、最大限の流木衝撃力を想定しても、木材の降伏応力を考えると、流木中心を越えて接触面が塑性を呈するとは思えない。例えば、 $D = 1 \text{ m}$ の流木が衝突し、 100 tf の衝撃力が働いたとする。接触面積を流木断面積の半分とすると、接

触部の応力は高々 25 kgf/cm^2 で、一般に言われている木材の平均的な降伏応力 200 kgf/cm^2 （著者等の実験では 100 kgf/cm^2 ）程度よりはるかに小さい。よって、本理論では、式(4a)のみの利用を考えればよいことになる。式(4a)は、第2次近似の精度で、次式となる。

$$A \approx 4 D^{1/2} \alpha^{3/2} / (3 \cos\theta \sin^{3/2}\theta) \quad \dots(5)$$

構造物として、片持ち梁の場合を考える。これは、今後設けられるであろう貯木場の流出防止工等を想定している。地面から高さ h の所に流木が衝突し、梁が $\delta(t)$ だけ撓んだとする。この時、梁の運動エネルギー等が無視できるとすれば、梁に蓄えられる弾性歪みエネルギー E_i と流木が梁にする仕事は同じで、次式が成立する。

$$E_i = 3 E_c I_c \delta^2 / (2h^3) = \int_0^t F(d\delta/dt)dt \quad \dots(6)$$

ここで、 E_c と I_c は各々構造物の弾性係数と断面二次モーメント、 F は梁に加わる流木衝撃力で、時間的に変化するものである。式(6)の中辺と右辺を時間微分すると、次式が得られる。

$$\delta = h^3 F / 3 E_c I_c = \kappa F \quad \dots(7)$$

式(7)は静的取扱いにおける撓みと力の関係に他ならない。本理論では、構造物の形式や特性値による違いは κ のみで、それ等さえ判れば、 κ は予め判る量である。両端固定の場合（防浪ピルの支柱等を想定）、 κ は次式となる。

$$\kappa = (s+z-h)^2 [3(h-z)\{(h-z)/s\}^2 - (2h+s-2z)\{(h-z)/s\}^3] / (6 E_c I_c) \quad \dots(8)$$

ここで、 s は梁の長さ、 h は浸水深、 z は梁下端の地面からの高さである。式(1)、(5)と(7)より、 δ と α の関係として、次式が得られる。

$$\delta \approx 4 \kappa \sigma_f D^{1/2} \alpha^{3/2} / (3 \cos\theta \sin^{3/2}\theta) \quad \dots(9)$$

式(1)、(2)、(3)、(9)が本研究の基本式である。未知数は v_A 、 ω 、 α 、 δ の四つで、問題は閉じている。式(5)と(9)を用いて式(1)、(2)、(3)を書き直せば、各々次式となる。

$$dv_A/dt = f_1(v_A, \omega, \alpha) \\ = -4 \alpha^{3/2} / (3 \gamma) - C_L [v_A / (C_M M) - 2(\kappa \alpha^{1/2} / \gamma) \{v_A - L\omega / (2 \sin\theta)\}] / (1 + 2 \kappa C_M M \alpha^{1/2} / \gamma) \quad \dots(10)$$

$$d\omega/dt = f_2(\alpha)$$

$$\begin{aligned}
 &= 2C_M L \alpha^{3/2} \sin \theta / (3I_w \gamma) \quad \cdots \cdots (11) \\
 d\alpha/dt &= f_3(v_A, \omega, \alpha) \\
 &= \{v_A - L\omega / (2\sin \theta)\} / (1 + 2\kappa C_M \alpha^{1/2} / \gamma) \\
 &\quad \cdots \cdots \cdots (12)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma = C_M \cos \theta \sin^{3/2} \theta / (\sigma_f D^{1/2})$ である。この段階での未知数は v_A, ω, α の三つである。式(10)～(12)の連立常微分方程式を解けば、任意時間 t における $v_A, \omega, \alpha, \delta, A$ 、流木の変形速度 $d\alpha/dt$ 、構造物の撓み速度 $d\delta/dt$ 、 F 等が求められる。しかし、それ等の式を解析的に解くことは難しい。本研究では、式(10)～(12)を4次の Runge-Kutta法を用いて数値的に解くことにする。初期条件は、 $t=0$ の時、 $\alpha=0, \omega=\omega_0, v_A=v_{A0}$ である。ここで、 ω_0 は衝突前の流木の水平回転角速度である。

既報¹⁾の理論では、数値計算の打ち切り時刻、つまり衝撃力立ち上がり時間 Δt_p の評価が問題であった。流木の反発係数が予め判っていないければ、その評価ができなかった。しかし、本理論では常に式(12)が零となるまで計算を行い、それまでに要した時間を Δt_p とすればよく、理論的に評価できるものである。この計算打ち切り時刻の衝撃力が最大衝撃力であることは既報と変わらない。

流木の反発係数 e も理論的に評価できる。流木を持っているエネルギーは塑性変形と内部減衰により失われる。その量 W は次式で評価される。

$$\begin{aligned}
 W &= \int_0^t F(d\alpha/dt) dt \\
 &+ \int_0^t C_L(v_A - d\delta/dt)^2 dt \quad \cdots \cdots (13)
 \end{aligned}$$

ここで、積分の上限 t は Δt_p である。衝突前の流木が持っているエネルギー W_0 は既知 ($\doteq M v_{A0}^2 / 2$) である。よって、式(14)で定義される反発係数は理論的に評価されることになる。

$$e \doteq (1 - W/W_0)^{0.5} \quad \cdots \cdots (14)$$

2.2 構造物の剛性が無限大の場合 流木の内部減衰が無視できる場合を考える。前節理論の検討結果によれば、減衰項の影響は比較的小さく、これは受け入れられることである。この時、式(1)は簡単化され、次式となる。

$$C_M M d v_A / dt \doteq -\sigma_f A \quad \cdots \cdots (15)$$

式(2)、(3)、(15)より次式を得る。

$$C_M M (d^2 \alpha / dt^2 + d^2 \delta / dt^2) \doteq -4 \sigma_f A \quad \cdots \cdots (16)$$

式(16)は既報¹⁾の基本式と右辺の係数が異なるだけである。

次に、式(5)と(9)を用いて式(16)を α のみの式とし、質量係数は時間的に不変として、時間に関して1回積分すれば、式(16)は次式となる。

$$\begin{aligned}
 &\{1 + 2\kappa C_M \alpha^{1/2} / \gamma\}^2 (d\alpha/dt)^2 \\
 &+ 64 \alpha^{5/2} / (15\gamma) + 64 \kappa C_M \alpha^3 / (3\gamma)^2 \doteq \text{const.} \\
 &\quad \cdots \cdots \cdots (17)
 \end{aligned}$$

$t=0$ の時、 $\alpha=0, d\alpha/dt = v_{A0} - L\omega_0 / (2\sin \theta)$ の初期条件を用いれば、式(17)は次式となる。

$$\begin{aligned}
 d\alpha/dt &\doteq \{v_{A0} - L\omega_0 / (2\sin \theta)\} \\
 &\cdot [1 - 64 \alpha^{5/2} / \{15\gamma (v_{A0} \\
 &- L\omega_0 / (2\sin \theta))^2\} \\
 &- 64 \kappa C_M \alpha^3 / \{3\gamma (v_{A0} \\
 &- L\omega_0 / (2\sin \theta))^2\}^{1/2} \\
 &/ \{1 + 2\kappa C_M \alpha^{1/2} / \gamma\} \quad \cdots \cdots (18)
 \end{aligned}$$

構造物の剛性が無限大、つまり $\kappa=0$ の時、式(18)は簡単化され、次式となる。

$$\begin{aligned}
 d\alpha/dt &\doteq \{v_{A0} - L\omega_0 / (2\sin \theta)\} \\
 &\cdot [1 - 64 \alpha^{5/2} / \{15\gamma (v_{A0} \\
 &- L\omega_0 / (2\sin \theta))^2\}^{1/2} \quad \cdots \cdots (19)
 \end{aligned}$$

式(19)は既報の式と係数等が異なるが、基本的に同形である。これは、流木の角運動量保存則を導入したこと、式(5)のように A の近似度を高めたことによる。

式(18)を解析的に解くことは難しい。簡単化された式(19)でも難しい。しかし、構造物の剛性が無限大の場合の最大衝撃力 F_m は解析的に求められる。

最大衝撃力時は接触部の流木変形速度が零である。よって、式(19)を零と置いて α について解けば、最大衝撃力時の流木の変形量 α_m が次式のように求まる。

$$\alpha_m = [15\gamma \{v_{A0} - L\omega_0 / (2\sin \theta)\}^2 / 64]^{2/5} \quad \cdots (20)$$

式(5)と(20)より、最大衝撃力は次式となる。

$$\begin{aligned}
 F_m &= \sigma_f A_m \\
 &= \sigma_f D^{1/2} [15\gamma \{v_{A0} - L\omega_0 / (2\sin \theta)\}^2 / 2]^{3/5} \\
 &/ (6 \cos \theta \sin^{3/2} \theta) \quad \cdots \cdots (21)
 \end{aligned}$$

ここで、 A_m は最大衝撃力時の流木の接触面積である。

3. 計算例、既往理論や実験との比較 計算例、既往理論や実験値との比較・検討例は講演時に示す。

4. むすび より一般性の高い流木衝撃力の評価法を考案した。構造物の剛性が無限大の場合の最大衝撃力 F_m については、解析解を誘導した。

謝辞：東北大学土木工学科の水理系の諸先生より御助言を頂いた。本研究の一部は科研費により行われた。

《文献》1) 松富・池田：海岸工学論文集，40巻，1993。