

II - 14

流雪溝の水理に関する一考察

秋田大学 鉱山学部 土木環境工学科 ○ 学生員 前田 悟
正 員 石 井 千万太郎

1.はじめに 本研究は、流雪溝内の流れについてこれまでに提案されてきた式¹⁾（首籐らの式）を再検討し、流れを二層流とした場合の溝内流体の断面平均流速式を誘導し、さらに、停滞の定義を与え停滞条件式等を求め、結論として、停滞時の流量と投雪量の関係式を新たに誘導している。

2.流雪溝内の流れのモデル化 首籐らによれば、投入される雪は様々な大きさであるが、効率的運用を考えて、雪塊は水面下に浮遊状態で存在し、壁面及び底面から等距離にあるとして図-1の様に仮定している。さらに、図-1のままでは扱い難いので図-2の様に理想化している。また、水を含んだ雪塊部に τ_b が働いても降伏値より小さいために γ が生じることがなく、領域Sは同一の速度で流下するので、 ρ_s が流体として図-3の様にせん断力分布、流速分布を仮定している。しかし、溝内流体全体を水とした場合には図-3のようになるが、 ρ_s が流体で図-3のせん断力分布をすることは限らない。そこで、本研究では領域Sのせん断力分布を不明のまま解析する。

3.断面平均流速式 最初の U_{ws} の式は、図-3の流速分布より次式の様に表される。

$$U_{ws} = \frac{1}{R_{ws}} \left\{ \int_0^{R_w} U(y) dy + (R_{ws} - R_w) U_s \right\} \quad (1)$$

式(1)の $U(y)$ を表す基礎式として、首籐らは式(2)'を用いているが、ここでは、コートの粘性法則をそのままの形で適用した式(2)を用いた。

$$\tau - \tau_b = \rho_w \varepsilon (du/dy) \quad (2)'$$

$$\tau = \mu_w (du/dy) \quad (2)$$

次に、 τ を表すのに首籐らは、図-3のせん断力分布から三角形の比をもとに式(3)'を用いているが、ここでは、雪塊部のせん断力分布を不明のまま解析しているので、 τ は図-3の流水部のせん断力分布から式(3)で表す。

$$\tau = (R_{ws} - y) \tau_o / R_{ws} \quad (3)'$$

$$\tau = -(\tau_o - \tau_b) y / R_w + \tau_o \quad (3)$$

故に、 $U(y)$ は式(2)を $y=0$ で $U=0$ の条件下に積分し、式(3)と首籐らが用いるせん断力比 r_τ より、

$$U(y) = \frac{\tau_o}{\mu_w} \left(y - \frac{1 - r_\tau}{2 R_w} y^2 \right) \quad (4)$$

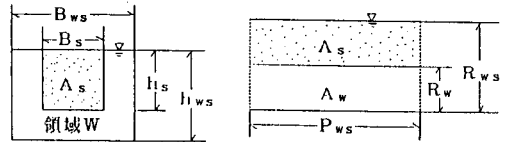


図-1 実際の流雪溝断面 図-2 径深を使って展開した仮想流雪溝

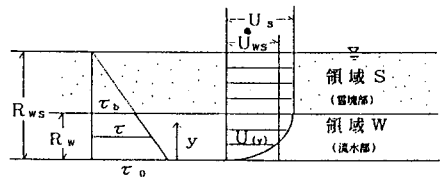


図-3 せん断力分布と流速分布

記号一覧	
r_τ : せん断力比 ($=\tau_o/\tau_b$)	ε : 渦動粘性係数
K_s : 雪塊の体積混入率 ($=Q_s/Q_{ws}$)	r_u : 流速比 ($=U_s/U_{ws}$)
Q_s : 雪塊部の流量 (=投雪量)	ρ_{ws} : 溝内流体の密度
Q_{ws} : 溝内流体の流量	ρ_w : 水の密度
Q_{sw} : 雪に吸収される流量	ρ_{sp} : 領域Sの密度
Q_w : 領域Wの流量	ρ_s : 雪の密度
Q_{sw} : 総流量 ($=Q_{sw} + Q_w$)	ρ_i : 氷の密度
Q_i : 雪の実質部分の氷の流量	g : 重力加速度
C : 定数 ($=\frac{\rho_s Q_s + \rho_w Q_{sw}}{\rho_s Q_s + \rho_w Q_{sw}}$)	I : 路床勾配
	μ_w : 水の粘性係数

また、せん断力比 $r_\tau (= \tau_o / \tau_b)$ を図-3より三角形の比から式(5)'で与えたが、ここでは、式(5)で表す。尚、式(5)は、後述する式(6)(7)より求め、首籐らが用いる $K_s (= Q_s / Q_{ws})$ より表す。

$$r_\tau = \tau_o / \tau_b = (R_{ws} - R_w) / R_w \quad (5)'$$

$$r_\tau = \frac{\tau_b}{\tau_o} = \frac{\rho_{sp} R_{ws} - R_w}{\rho_{ws} R_{ws}} = \frac{C}{K_s} \frac{R_{ws} - R_w}{R_{ws}} \quad (5)$$

今、流れを等流と仮定しているので τ_b 、 τ_o はそれぞれ式(6)、(7)で表される。

$$\tau_b = \rho_{sp} g (R_{ws} - R_w) I \quad (6)$$

ここに、 $\rho_{sp} = (\rho_i Q_i + \rho_w Q_{sw}) / Q_s$

$$Q_i \text{ を投雪量に換算すると} \\ = (\rho_s Q_s + \rho_w Q_{sw}) / Q_s$$

$$\tau_0 = \rho_{ws} g R_{ws} I \quad (7)$$

ここに、 $\rho_{ws} = (\rho_{sp} Q_s + \rho_w Q_w) / Q_{ws}$
式(5)の ρ_{sp} より、

$$= (\rho_s Q_s + \rho_w Q_{aw}) / Q_{ws}$$

よって、式(5)に $y = R_w$ を代入し、式(4)を用いると U_s は次式(8)で得られる。

$$U_s = U(R_w) = \frac{\tau_0 R_{ws}}{2C\mu_w} (C - K_s r_\tau) (1 + r_\tau) \quad (8)$$

故に、式(1)に $U(y)$ の式(4)、 U_s の式(8)を代入すると、 U_{ws} は次式(9)で得られる。

$$U_{ws} = \frac{\tau_0 R_{ws}}{6C^2\mu_w} (C - K_s r_\tau) \times (2K_s r_\tau^2 + (C + K_s) r_\tau + 2C) \quad (9)$$

次に r_τ を明確な量で表すのに、図-2より R_{ws} 、 R_w をそれぞれ式(10)、(11)で表す。

$$R_{ws} = A_{ws} / P_{ws} \quad (10)$$

$$R_w = (A_{ws} - A_s) / P_{ws} \quad (11)$$

また、首藤らは雪塊の体積混入率 K_s を導入して、連続の式を用いて次式(12)を得ている。

$$K_s = \frac{Q_s}{Q_{ws}} = \frac{A_s U_s}{A_{ws} U_{ws}} = \frac{A_s}{A_{ws}} r_v \text{ より、} \\ \therefore A_s = K_s A_{ws} / r_v \quad (12)$$

式(10)(11)(12)より、 R_w は次式(13)で得られる。

$$R_w = R_{ws} (1 - K_s / r_v) \quad (13)$$

従って、式(5)(8)(9)(13)より r_τ は二次式で与えられ、それを解くと r_τ は得られる。

$$r_\tau = \frac{1}{2(3-2K_s)} \{ C + K_s - 3 \pm \sqrt{K_s^2 - 2(7C+3)K_s + C^2 + 18C + 9} \} \quad (14)$$

最終的な断面平均流速式は、(9)に(14)(7)を代入。

$$U_{ws} = \frac{\rho_{ws} g R_{ws}^2 I}{4C^2(3-2K_s)^3\mu_w} [K_s^4 - (C+6)K_s^3 + 3(9C^2-5C+3)K_s^2 - 3C(C^2+18C-6)K_s + 3C^2(C+9) + \sqrt{K_s^2 - 2(7C+3)K_s + C^2 + 18C + 9} \times \{K_s^2 + 3(2C-1)K_s - 3C\}] \quad (15)$$

4. 停滞の定義及び停滞条件式 首藤の停滞についての仮定を参考にして、定義として定めると、

(定義1) 投雪量が増すと、その下部が流雪溝の底面に直接接触し、摩擦が急増する。雪塊部は、水を含んでいるが、流動性に乏しいため停滞を生じる。

$$\tau_0 = \tau_b \text{ より、} r_\tau = \tau_b / \tau_0 = 1 \quad (16.1)$$

$$R_w = 0 \quad (16.2)$$

(定義2) 投入された雪の空隙部分に水が吸収されて、その下部に水が無くなった時、停滞が生じる。

$$Q_{aw} = Q_s - Q_i \quad (17)$$

(定義3) 溝内平均流速が零になると停滞が生じる

$$U_{ws} = 0 \quad (18)$$

次に、各定義の停滞条件式等を示す。定義1の場合、 r_τ の式(14)(16.1)より、 $K_s = 3/2$ 、 $2-C$
 $0 \leq K_s = Q_s / Q_{ws} \leq 1$ より、 $K_s = 2-C$ (19.1)

また、 R_w の式(13)と(8)(9)(16.1)(16.2)より、

$$K_s = \{-C + \sqrt{C^2 + 8C}\} / 2 \quad (19.2)$$

ここで、(19.1)(19.2)より、

$$K_s = \{-C + \sqrt{C^2 + 8C}\} / 2 = 2-C \text{ より、} C=1$$

$$\text{故に、} K_s = Q_s / Q_{ws} = 1 \quad (20)$$

が定義1の停滞条件式を表す。

定義2の場合は、(17)より、雪の実質部分である水の流量を投雪量に換算すると、

$$Q_{aw} = Q_s - Q_i \\ = Q_s - (\rho_s / \rho_i) Q_s \\ \text{よって、} Q_{aw} = \{1 - (\rho_s / \rho_i)\} Q_s \quad (21)$$

上式は、停滞時の流量と投雪量の関係式を表す。

定義3の場合は、 U_{ws} の式(15)と式(18)より、 $0 \leq K_s \leq 1$ より、 $K_s = Q_s / Q_{ws} = 1$ (22)

が定義3の停滞条件式を表す。

5. 停滞時の流量と投雪量の関係式 停滞時の流量と投雪量の関係式を表すのに、首藤らは Q_{ws} を式(23)'で表しているが、ここでは、雪投入前後の重さ是不変より式(23)を用いる。

$$Q_{ws} = Q_i + Q_{aw} = (\rho_s / \rho_i) Q_s + Q_{aw} \quad (23)'$$

$$Q_{ws} = \frac{\rho_i Q_i + \rho_w Q_{aw}}{\rho_{ws}} = \frac{\rho_s Q_s + \rho_w Q_{aw}}{\rho_{ws}} \quad (23)$$

停滞条件式(20)(22)より式(23)に代入すると、

$$Q_{aw} = (\rho_{ws} - \rho_s) Q_s / \rho_w \quad (24)$$

式(24)が停滞時の流量と投雪量の関係式。

6. おわりに 以上、雪塊部のせん断力分布を不明のまま断面平均流速式、停滞時の流量と投雪量の関係式を求めた。今後、壁面におけるせん断力も考慮して、流雪溝の流れについて様々提案されている式についても同様に検討する必要がある。

(参考文献) 1) 首藤信夫：流雪溝の水理—直線水路で停滞が生ずる条件—、日本雪工学会誌 No.4 (昭和62年9月)