I －28

新しい破壊規準による破壊パターンの予測

東北大学工学部　正　員　　新関　茂

１．まえがき

現在までに提案されている主要な破壊規準には，（1）Griffith の規準（1921），（2）最大引張応力規準 Erdogan and Sih, 1963），（3）最大エネルギー解放率規準（Erdogan and Sih, 1963），（4）最小ひずみエネルギー密度規準（Sih, 1972）などがある。破壊規準（1）は，クラックの進展方向についての情報を含まないが，破壊規準（2），（3）及び（3）のいずれでも，クラック進展方向の予測は可能である。しかしながら，上記のいずれの破壊規準も，破壊パターンの予測を行うことができない。

本文では，熱力学の第１及び第２法則と自然界の（微小）ゆらぎ現象を基礎として，定式化された新しい破壊規準の概要について述べ，この破壊規準の破壊パターンの予測への応用について説明する。

２．新しい破壊規準の概要

熱力学の第１及び第２法則と自然界に存在する（微小）ゆらぎ現象を基礎とする一般的な破壊規準[1-4]の概要について説明する。クラックの進展は，非平衡（非可逆）現象の１種である。したがって，熱力学の第２法則により，クラックの進展に伴ってエネルギー（available enery）は散逸されるが，そのエネルギーは異なった形態（例えば，熱エネルギーなど）で保存され，熱力学の第１法則は成り立っている。物質を構成する分子などの熱運動から生じるゆらぎ現象は，熱力学の第１及び第２法則を満たす無数のクラックの進展方向やクラックパターンの内から，最も安定なものを選び出す摂動の役割を果たしている。安定な状態では分子などの熱運動による微小ゆらぎは，頻繁に発生・消滅を繰り返している。

上記のような考え方から，コンクリートや岩石内などで，多数の微視的クラックが生じる破壊進行領域を伴う巨視的クラックの進展に対し，次の新しい破壊規準[1,3]を導くことができる。

$$[G]_{\min.} = [J]_{\max.} \tag{1}$$

ここに

$$G = G_c(\underset{\sim}{x}_o) + \sum_{\alpha} G_{\alpha c}(\underset{\sim}{x}_\alpha)\frac{dA_\alpha}{dA} \tag{2}$$

$$J = -\int_V \left(\frac{dK}{dA} + \frac{dW}{dA} + \frac{dW_{vp}}{dA} \right) dV + \int_V \hat{f}_i \frac{du_i}{dA} + \int_{\partial V_\sigma} \hat{t}_i \frac{du_i}{dA} dS \tag{3}$$

また，G_c，$G_{\alpha c}$は巨視的クラック及び微視的クラックαの破壊靭性，Jはエネルギー解放率，A，A_αは巨視的クラック及び微視的クラックαの面積，Kは運動エネルギー，Wはひずみエネルギー，W_{vp}は粘塑性変形による散逸エネルギー，$\hat{f}_i$ は物体力，$\hat{t}_i$ は表面力，u_i は変位である。

３．クラックパターンの予測

干潟の泥の表面のクラックパターンや玄武岩内の柱状節理のパターンでは，クラックは統計的に六角形のパターンを形成し，１点に集まるクラック間の角度は，平均して120度である[4,5]。鋼板を溶接して作った球形タンクが爆発した場合にも，平均して１点に３本のクラックが集まり，それらの間の角度は平均して120度である[6]。また，疲労破壊の場合のクラック前線の輪郭は，円弧に近い[5]。

ここでは，１例として，複雑な計算を必要とせず，幾何学的条件と上述の破壊条件の応用で解析できる干潟の泥の表面にできる六角形クラックパターンの予測について説明する。これらのクラックパターンは，泥の乾燥や熔岩の冷却による収縮で蓄えられたひずみエネルギーに起因する等方で一様な引張応力により発生する。また，一旦どこかにクラックが自発的に生じると，各中心のは配置は規定され，クラックパターンが繰り返し，いたるところで，ほとんど同時に現れることが知られている。上記のような状況から，クラックパターンの発生により，可能な限り等方的で一様なひずみエネルギーの解放が生

じていると考えられる。したがって，個々のクラックパターンを形成するエネルギーを供給する部分領域は，重なったり隙間がないように平面を覆うことが可能なものでなければならない。

円形のクラックが発生し，その内部からひずみエネルギーが供給される場合，その中心に関して等方的で一様なひずみエネルギーの解放が生じるが，円形の部分領域は，広い平面を重なりや隙間が生じないように，一様に覆うことができない。

円形のクラックパターンの次に，等方で一様なひずみエネルギーの解放を行うことの可能なクラックパターンは，正多角形である。正多角形のうちで，平面を隙間なく覆うことのできるのもは，幾何学的に，正３角形，正方形及び正６角形だけであることが知られている。しかしながら，従来の破壊規準では，これらの正多角形を部分領域とするクラックパターンの内から，どのパターンが実現するかを選び出すことができない。

次に，前節で概要を説明した新しい破壊規準を応用し，正３角形，正方形，正６角形の内のどれを部分領域としてもつクラックパターンが実現するかを考える。 干潟の泥の表面に生じるクラックパターンの場合，物体力$\hat{f}_i$，表面力$\hat{t}_i$ 運動エネルギーの影響は無視することができる。また，単純化のために，乾燥収縮やクラックの生じる過程で粘塑性的変形は生じないものとし，$G_{c\alpha} = G_c$とする。 破壊進行領域は，巨視的クラックの近傍にだけに形成されるので，この領域内の微視的クラックの総面積は，巨視的クラックの面積に比例するものとすれば，kを比例定数として，$\sum dA_\alpha = kdA$ とおくことができる。また，時間Δtの間に単位深さ 1 のクラックが一様に形成されるものとして，巨視的クラックの総延長を ℓ とすれば，$A = \ell \times 1$，クラックパターンの覆う面積をS_oとして，$V = S_o \times 1$が成り立つ。このとき，$du_i = \dot{u}_i dt$, $dA = \dot{A}dt$, $dA_\alpha = \dot{A}_\alpha dt$, $dW = \dot{W}dt$ などを考慮して，式(1)は次のように書き換えられる。

$$[G_c(1+k)\,\dot{\ell}\,\Delta t]_{\min.} = [-\int_{S_o} \dot{W} ds\,\Delta t]_{\max.} \tag{4}$$

この式の左辺及び右辺は，それぞれ，時間 Δt の間にクラックパターンの形成によって散逸されるエネルギーが最小であり，クラックパターンの形成対して供給されるエネルギーが最大であるパターンが実現されることを示している。クラックパターンの形成のためのエネルギーは，正多角形の内部に蓄えられたひずみエネルギーの解放によって供給され，多角形の辺上の巨視的クラックとその近傍の破壊進行領域の形成によって消費される。したがって，次式が成り立つ。

$$\frac{\text{正多角形の辺の全長}}{\text{正多角形の内側の面積}} \rightarrow \mathrm{Min.} \tag{5}$$

正三角形，正方形，正六角形のどの面積も 1cm² に等しいとき，上式の値は，それぞれ，4.56，4.0，3.72 /cm であるから，正６角形のクラックパターンが実現する。実際の干潟の泥の表面は，完全に一様ではない。したがって，正六角形のクラックパターンは，統計的に最も確からしいクラックパターンである。六角形の柱状節理や球形タンク爆発時のクラックパターンも上記と同様な方法で解析可能である。また，第２節で述べた破壊規準からは，従来の最大エネルギー解放率規準や Parisらによる Tearing Stability Criterion（1979） などを容易に導くことができる[1-3]。

参 考 文 献

(1) Niiseki, S.: Fracture Toughness and Fracture Energy, ed. by H. Mihashi, et al., A. A. Balkema, pp. 101-116, 1989 (2)新関 茂:土木学会第45回年次学術講演会講演概要集 I, pp. 250-251, 1990 (3)新関 茂:日本学術振興会製銑第54委員会破壊力学検討ＷＧ提出資料, 破壊ＷＧ-13, 1991 (4)カチャノフ, L. M.（大橋訳）:破壊力学の基礎, 森北出版, 1977, pp. 242-245 (5)アーサー・ホームズ（上田他訳）:一般地質学 I, 東京大学出版会, 1983, pp. 65-67 (6)Shank, M.E.: ASTM Special Publication, No.158, pp.45-110, 1953