

I - 16

設計目標のタイプと優先順位に応じた構造最適化について

八戸工業高等専門学校 正員 齊藤 進

1. まえがき

構造物の設計では互いに競合し尺度も異なっている様々なタイプの設計目標が存在する。また、目標達成について明確な優先順位が存在する場合もあり存在しない場合もある。ゴールプログラミングはこの様な複数の目標を取り扱った構造最適化に適する。なお本研究では、目標達成の優先順位が明確な場合を対象にしている。

2. 設計目標のタイプと優先順位

今、 f を目的関数、 f_T をその目標値、 n を不足差異、 p を超過差異とする時、目標のタイプは表1. に示す様な8ケースが考えられる。ゴールプログラミングでは、通常の最適設計における制約条件と目的関数は同じ扱いになり、それらのタイプは表1. のいずれかのケースに相当する。原問題における制約条件と目的関数の区別は、ゴールプログラミングでは目標達成の優先順位の差によって行われる。また目的関数が複数個あり、それらの目標の達成に優先順位がついていればその通りに目標を達成しようとする。ただし目標が互いに競合している場合にはある目標は達成が不可能となるがその場合でも不達成の度合いが示される。

3. 計算例題

図1. に示すI形断面の単純桁の設計問題を例とし、スパンを L 、中点の集中荷重を P 、弾性係数を E 、断面積を A 、断面2次モーメントを I 、単位体積重量を ρ 、重力加速度を g とする。設計変数は4つの断面寸法 $x_1 \sim x_4$ 、制約条件は示方書よりフランジとウェブの板厚、及び中点の最大応力度、目的関数は、固有振動数 f 、重量 W 、中点のタワミ δ の3つとする。原問題をゴールプログラミング問題に変換して示すと、

$$\text{find } \mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{to minimize } \mathbf{A} = \{(p_1+p_2), (p_3), (p_4), (p_5), (p_6)\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{subject to } g_1 : (x_2-x_3)/26.2-x_4 + n_1-p_1 = 0 \dots\dots (3)$$

$$g_2 : (x_1-2x_4)/152-x_3 + n_2-p_2 = 0 \dots\dots (4)$$

$$g_3 : \sigma_c - \sigma_{ca} + n_3-p_3 = 0 \dots\dots (5)$$

$$f_1 = f : (1/2\pi)(\pi/L)^2(EI/gA\rho)^{1/2} + n_4-p_4 = f_T \dots\dots (6)$$

$$f_2 = W : \rho AL + n_5-p_5 = W_T \dots\dots (7)$$

$$f_3 = \delta : PL^3/48EI + n_6-p_6 = \delta_T \dots\dots (8)$$

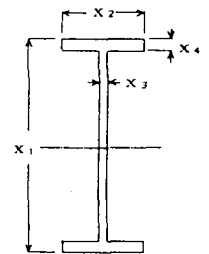


図1. 桁断面

上式において、 σ_c 、 σ_{ca} 、 A 、 I は、 $\mathbf{X}$ の関数である。(2)式を達成関数、(3)式～(5)式を絶対制約式、(6)式～(8)式を目標制約式という。(2)式の $\mathbf{A}$ において最小化される差異がすべて超過差異 p であることは、(3)式～(8)式において左辺の関数の値が、右辺の目標値を越えないことを目指していることになる。すなわち、3つの制約条件式を満足した上で、3つの目標、 $f \leq f_T$ 、 $W \leq W_T$ 、 $\delta \leq \delta_T$ がこの順位

で達成されることを目指している。ゴールプログラミングでは(2)式の $(p_4), (p_5), (p_6)$ の部分为目标のタイプに従って表1. の最小化される差異に書き換え、目標値を書き変えるだけで様々なタイプの目標と目標値に簡単に対応できる。また、 $(p_4), (p_5), (p_6)$ を並べる順序を書き換えるだけで目標を達成する優先順位を変更できる。例えば「固有振動数 f を

表1. 目標のタイプと最小化される差異変数

ケース	目標のタイプ	目標制約式 (絶対制約式)	目標値	最小化される差異	決定される解
(1)	$f \geq f_T$	$f+n-p=f_T$	f_T	n	領域
(2)	$f \rightarrow \max$	$f+n-p=f_T$	f_T は大きな値	n	1点
(3)	$f \leq f_T$	$f+n-p=f_T$	f_T	p	領域
(4)	$f \rightarrow \min$	$f+n-p=f_T$	f_T は小さな値	p	1点
(5)	$f = f_T$	$f+n-p=f_T$	f_T	$n+p$	曲線
(6)	$f = f_T$ から できるだけ離す	$f+n_1-p_1=f_{T1}$ $f+n_2-p_2=f_{T2}$	f_{T1} は大きな値 f_{T2} は小さな値	n_1+p_2	領域
(7)	$f_{TL} \leq f \leq f_{TU}$	$f+n_1-p_1=f_{TL}$ $f+n_2-p_2=f_{TU}$	f_{TL} は下限値 f_{TU} は上限値	n_1+p_2	領域
(8)	$f \leq f_{TL}$ か $f_{TU} \leq f$	$f+n_1-p_1=f_{TL}$ $f+n_2-p_2=f_{TU}$	f_{TL} は下側の値 f_{TU} は上側の値	$p_1 \rightarrow n_2$ $n_2 \rightarrow p_1$	領域

ケース(8)については2回に分けて計算する必要がある。

る目標値 f_{τ} に等しくしてタワミ δ を δ_{τ} 以下にしたい。」時には、 $(n_4+p_4), (p_6), (p_5)$ とすればよい。

4. 計算結果

(1) 目標のタイプ 振動数目標を第1、重量目標を第2、タワミ目標を第3の優先順位とし、振動数目標のタイプを表1. の8通りに変えて計算した結果を表2. 及び図2. に示す。ただし図示のため、 $x_3=1\text{cm}$ 、 $x_4=2\text{cm}$ の一定値としている。また8ケースとも重量目標は、 $W \leq W_{\tau}=6000\text{kg}$ 、タワミ目標は、 $\delta \leq \delta_{\tau}=7\text{cm}$ としている。表2. より分かるように、3つの目標がすべて達成されているのは、ケース(1)、(6)、(7)、(8)の4ケースである。残りは上位2つの優先目標の交点として解が決まるか、第1優先の目標と応力制約式の交点として解が決まる。

(2) 目標達成の優先順位 3つの目標の達成の優先順位を6通りに変えて計算した結果を表3. 及び図2. に示す。6ケースとも目標は、 $f \leq f_{\tau}=4.5\text{Hz}$ 、 $W \leq W_{\tau}=6000\text{kg}$ 、 $\delta \leq \delta_{\tau}=7\text{cm}$ である。表3. より分かるように、6ケースのうち、ケース(2)、(4)、(5)、(6)の4ケースが上位2つの優先目標の交点として解が決まり、残りは第1優先の目標と応力制約式の交点として解が決まっている。

5. まとめ

設計目標の様々なタイプと目標達成の優先順位の様々な組み合わせに対して、ゴールプログラミングを用いることによって簡単に対応できることを示した。今後は更に実際の最適設計問題に上記の方法を適用して行きたい。

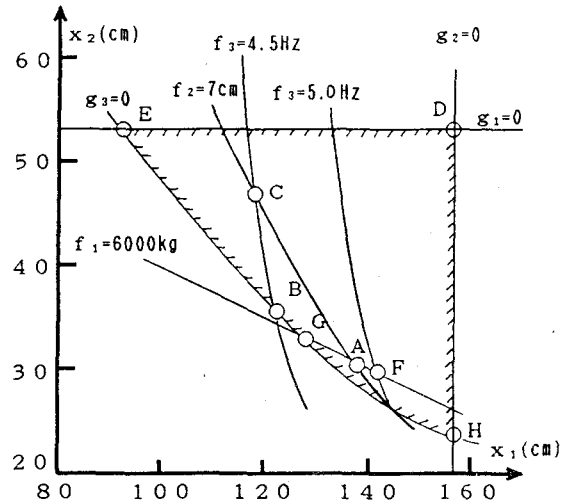


図2. 設計変数空間

表2. 目標のタイプと設計変数、目的関数の値

ケース	振動数目標のタイプ	振動数の目標値 f_{τ} (Hz)	収束点	設計変数 (cm)	振動数 f (Hz)	重量 W (kg)	タワミ δ (cm)
(1)	$f \geq f_{\tau}$	$f_{\tau}=4.5$	A点	$x_1=137.8, x_2=30.6$	4.90	6000	7.00
(2)	$f \rightarrow \max$	$f_{\tau}=6.0$	D点	$x_1=156.0, x_2=53.4$	5.85	8555	3.44
(3)	$f \leq f_{\tau}$	$f_{\tau}=4.5$	B点	$x_1=122.7, x_2=35.5$	4.50	6105	8.15
(4)	$f \rightarrow \min$	$f_{\tau}=3.0$	E点	$x_1=92.6, x_2=53.4$	3.63	7070	10.80
(5)	$f = f_{\tau}$	$f_{\tau}=4.5$	B点	$x_1=122.7, x_2=35.5$	4.50	6105	8.15
(6)	$f = f_{\tau}$ からできるだけ離す	$f_{\tau_1}=6.0$ $f_{\tau_2}=3.0$	A点	$x_1=137.8, x_2=30.6$	4.90	6000	7.00
(7)	$f_{TL} \leq f \leq f_{TU}$	$f_{TL}=4.5$ $f_{TU}=5.0$	A点	$x_1=137.8, x_2=30.6$	4.90	6000	7.00
(8)	$f \leq f_{TL}$ か $f_{TU} \leq f$	$f_{TL}=4.5$ $f_{TU}=5.0$	F点	$x_1=141.8, x_2=29.6$	5.00	6000	6.72

表3. 目標達成の優先順位と設計変数、目的関数の値

ケース	目標達成の優先順位	収束点	設計変数 (cm)	振動数 f (Hz)	重量 W (kg)	タワミ δ (cm)
(1)	$f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow f_3$	B点	$x_1=122.7, x_2=35.5$	4.50	6105	8.15
(2)	$f_1 \rightarrow f_3 \rightarrow f_2$	C点	$x_1=118.3, x_2=47.4$	4.50	7108	7.00
(3)	$f_2 \rightarrow f_1 \rightarrow f_3$	G点	$x_1=128.4, x_2=33.0$	4.64	6000	7.79
(4)	$f_2 \rightarrow f_3 \rightarrow f_1$	A点	$x_1=137.8, x_2=30.6$	4.90	6000	7.00
(5)	$f_3 \rightarrow f_1 \rightarrow f_2$	C点	$x_1=118.3, x_2=47.4$	4.50	7108	7.00
(6)	$f_3 \rightarrow f_2 \rightarrow f_1$	A点	$x_1=137.8, x_2=30.6$	4.90	6000	7.00