IV－36　　四辺形調整

八戸工業大学　正会員　岩淵清行

１．まえがき

方向法で測角した四辺形三角測量を観測方程式をたてて調整する時にシュライバー法[1)]の納得のいく例示ができる。

２．与件と求件

図１参照。　四辺形1,2,3,4において点1,2は既知点、点3,4は求点である。既知座標値は点1(X1＝0,Y1＝0)，点2(X2＝1000，Y2＝0)とする。未知点の近似座標値は点3(X3=934.60，Y3=584.12)，点4(X4=508.71，Y4=573.54)とする。(単位メートル)　未知点の座標の最確値は順に（X3+△X3，Y3+△Y3)，(X4+△X4，Y4+△Y4)と表わす。この最確値を求める事が当面の問題である。測線方向の野帳値Hiは伝統にしたがい次の如し。点1で H1=0,H2=16.2523,H3=48.2540,点2でH4=0,H5=49.2502,H6=83.3634 点3でH7=0，H8=64.2253，H9=94.5746点4でH10=0,H11=50.5120,H12=133.0035（単位dms）　また方向Hiの最確値はHi+△Hiと書く。これら方向の方向角の最確値は標定未知数Z1+△Z1などを導入して Z1+△Z1+H1+△H1などと書く。Zkの値は各連における零方向のHCi(後述)に等しくとる。

３．原初残差方程式および正規方程式

以下方程式の中では角の単位はすべて秒とする。原初観測方程式から得られる最小二乗法の為の残差方程式は

△H 1=	-1△Z1					+A17△X4	+A18△Y4	+F1
△H 2=	-1△Z1				+A25△X3 +A26△Y3			+F2
△H 3=	-1△Z1							+F3
△H 4=		-1△Z2						+F4
△H 5=		-1△Z2				+A57△X4	+A58△Y4	+F5
△H 6=		-1△Z2			+A65△X3 +A66△Y3			+F6
△H 7=			-1△Z3		+A75△X3 +A76△Y3			+F7
△H 8=			-1△Z3		+A85△X3 +A86△Y3			+F8
△H 9=			-1△Z3		+A95△X3 +A96△Y3	+A97△X4	+A98△Y4	+F9
△H10=				-1△Z4	+A105△X3+A106△Y3	+A107△X4	+A108△Y4	+F10
△H11=				-1△Z4		+A117△X4	+A118△Y4	+F11
△H12=				-1△Z4		+A127△X4	+A128△Y4	+F12

.....(1)とかかれる。△X3ないし△Y4の係数は方向角の近似座標からの逆算式のテーラー展開の一次の係数に一ラジアンの秒をかけたものである。またFi≡HCi-Hi-Zk でここに HCiは近似座標からの逆算方向角である。Hiの重さはすべて１であるこれから次の正規方程式が得られる。

3△Z1				+N15△X3+N16△Y3+N17△X4+N18△Y4+B1=0
	3△Z2			+N25△X3+N26△Y3+N27△X4+N28△Y4+B2=0
		3△Z3		+N35△X3+N36△Y3+N37△X4+N38△Y4+B3=0
			3△Z4	+N45△X3+N46△Y3+N47△X4+N48△Y4+B4=0
N51△Z1	+N52△Z2	+N53△Z3	+N54△Z4	+N55△X3+N56△Y3+N57△X4+N58△Y4+B5=0
N61△Z1	+N62△Z2	+N63△Z3	+N64△Z4	+N65△X3+N66△Y3+N67△X4+N68△Y4+B6=0
N71△Z1	+N72△Z2	+N73△Z3	+N74△Z4	+N75△X3+N76△Y3+N77△X4+N78△Y4+B7=0
N81△Z1	+N82△Z2	+N83△Z3	+N84△Z4	+N85△X3+N86△Y3+N87△X4+N88△Y4+B8=0

......(2)　さてこの八元連立方程式は視察により簡単に四元連立方程式に落とせる。すなわち一番上の式から△Z1= -(N15△X3+N16△Y3+N17△X4+N18△Y4+B1)/3　これを下から一番,二番,三番,四番の式に代入すると△Z1が消去される。同様にして△Z2,△Z3,△Z4がすべて消去される。

4．シュライバー法

先に書いた原初残差方程式（１）の下に次の四個の式をつぎたす。

△H13=-3△Z1　+A25△X3 +A26△Y3 +A17△X4 +A18△Y4 +F(13)重さ-1/3
△H14=　-3△Z2　+A45△X3 +A66△Y3 +A57△X4 +A58△Y4 +F(14)重さ-1/3
△H15=　-3△Z3　+A(5)△X3+A(6)△Y3+A97△X4 +A98△Y4 +F(15)重さ-1/3
△H16=　-3△Z4+A105△X3+A106△Y3+A(7)△X4+A(8)△Y4 +F(16)重さ-1/3

ここに△H13の右辺は△H1, △H2, △H3　の右辺の合計
　△H14の右辺は△H4, △H5, △H6　の右辺の合計
　△H15の右辺は△H7, △H8, △H9　の右辺の合計
　△H16の右辺は△H10,△H11,△H12　の右辺の合計

で、 A(5)=A75+A85+A95　A(6)=A76+A86+A96　A(7)=A105+A117+A127
A(8)=A108+A118+A128　F(13)=F1+F2+F3　F(14)=F4+F5+F6　F(15)=F7+F8+F9
F(16)=F10+F11+F12 である。　△H1ないし△H16　の16個の残差方程式から得られる正規方程式はつぎのごとし。

148826.313△X3 +　79315.627△Y3 - 30804.490△X4 - 79259.604△Y4 =　-618.61598
79315.627△X3 + 313498.411△Y3 + 81170.059△X4 -304950.518△Y4 = 19661.62144
-30804.490△X3 + 811790.059△Y3 + 87024.488△X4 -　7052.725△Y4 =　8684.06866
-79259.604△X3 - 304950.518△Y3 - 72052.725△X4 +418377.084△Y4 =-18472.06584

すなわち△Z1,△Z2,△Z3,△Z4の係数が　つけ加えた重さ-1/3の残差式のものと打ち消しあって０となる。それで四元連立方程式が残差方程式から直接得られる。この 未知数△X3,△Y3,△X4,△Y4の正規方程式は 先に述べた四元連立一次方程式と厳密に同じになる。

もし△Zk(k=1,2,3,4)を知りたいなら既述八元連立一次方程式に△X3,△Y3,△X4,△Y4を代入してすぐに得られる。また△Hi は式(1)に戻って求めることになる。

5．数値計算例

先に示した数値を用いて計算すると △X3=-0.05161,△Y3=0.06613, △X4=0.01952,△Y4=0.00314　従って座標最確値は　X3+△X3=934.5683, Y3+△Y3=584.1861　X4+△X4=508.7395, Y4+△Y4=573.5431となる。最確値の推定誤差は省略。

6．参考文献

１）森　忠次著　測量学　2　応用編 丸善 P.29

図 1