

IV-24 LM法による新SNA産業連関表の推定法の開発

東北大学 学生員 ○古沢 賢一郎
東北大学 正会員 稲村 肇

1. 背景と目的

商品分類と産業分類を独立に取り扱えるSNA産業連関表は従来の産業連関表に比べ、より実際の経済活動に近いものとなっている。しかし、現在のところSNA型の地域間産業連関表は作成されておらず、また地域間産業連関表から地域間SNA産業連関表を作成するアルゴリズムも確立されていない。

著者らは過去において単純な収束計算による地域間SNA産業連関表の作成法に関する研究¹⁾をおこなった。この研究においては、U表、V表を独立に考え収束計算を行ったため、既知の地域間産業連関表から求められる投入構造が変化するという問題点、完全な解を得るには多大な時間を要するという2つの問題点があった。

ラグランジュ乗数法（以下LM法と呼ぶ）は、複数の制約条件下で目的関数の最適解を求めるアルゴリズムである。本研究では、地域間SNA産業連関表を推計する第一歩として地域内産業連関表からLM法によりSNA産業連関表を推計する方法の開発を目的とする。この場合、考慮に入れたのは次の3点である。

- ① U表、V表を連結して構造推定を行う。
- ② 所与の産業連関表の投入構造Aを不変に保つ。
- ③ 産出構造^②Cが地域によって大きな差はないと仮定してV表を最小限に変化させる構造を求める。

2. SNA産業連関表の作成方法

LM法によるSNA地域内産業連関表の策定手順は以下のとおりである。

（1）産出係数行列^②Cと商品別総需要（総供給）qより、産業別総需要（総供給）^②g = ^②C⁻¹qを求め、産業別産出行列の初期値^②V^T = ^②C⁻¹gを求める。ここで、「^T」は転置行列、「[^]」は対角行列を表す。

（2）産業別産出行列の成分 v_{ij} と（1）で求めた初期成分 v_{ij} との差の平方和を目的関数とする。

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_{ij})^2 \quad (1)$$

ここで、産業； $i = 1, \dots, n$ 商品； $j = 1, \dots, n$

（3）産業別供給額の和が産業別需要額の和に等しい、商品別供給額の和が産業連関表によって与えられる商品別総需要額に等しいという2つの制約条件をたてる。ここで、 ys_i ；産業別付加価値、 a_{jk} ；投入係数Aの成分を表す。

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{jk} v_{ik} + y s_i = \sum_{j=1}^n v_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n v_{ij} = q_j \quad (3)$$

（4）ここで、商品別需要額の和が産業連関表によって与えられる商品別総需要額に等しいという制約条件は、U表の構造上③式が成り立てば同時に成り立つ。

（5）式①、②、③をラグランジュの未定係数 λ_i 、 μ_j を用いて結合し関数Pとする。

$$P = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_{ij})^2 + \sum_{i=1}^n \left\{ \lambda_i \left(\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{jk} v_{ik} + y s_i - \sum_{j=1}^n v_{ij} \right) \right\} + \sum_{j=1}^n \left\{ \mu_j \left(\sum_{i=1}^n v_{ij} - q_j \right) \right\} \quad (4)$$

（6）関数Pの最小値を求めるため変数 v_{ij} （ n^2 個）、 λ_i （ n 個）、 μ_j （ n 個）で微分したものを0とし、連立方程式を立てる。

$$\frac{\partial P}{\partial v_{ij}} = 2 v_{ij} + \left(\sum_{k=1}^n a_{jk} - 1 \right) \lambda_i + \mu_j - 2 v_{ij} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \lambda_i} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{jk} v_{ik} - \sum_{j=1}^n v_{ij} + y s_i = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \mu_j} = \sum_{i=1}^n v_{ij} - q_j = 0 \quad (7)$$

（7）ここで、⑥、⑦式はまさに制約条件②、③式であり、 $2n$ 個の制約条件のうち1個は他の制約条件に従属である。ここで未知数は v_{ij} が n^2 個、 λ_i が n 個、 μ_j が n 個、独立した方程式は $n^2 + 2n - 1$ 個である。従って、一般的には未知数はユニーク

に定まらない。しかし、ここでは λ_1 、 μ_1 はユニークに定まらないが、 v_{11} はユニークに定まる。

(8) 求められた解、産業別産出行列Vにより商品別投入行列 $U=AV^T$ を求める。

3. 結果

本研究では仮定した産業連関表(表①)と産出係数行列 oC を用いた。

$${}^oC = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$$

	商品1	商品2	商品3	最終需	総需要
商品1	800	100	300	300	1500
商品2	100	700	200	200	1200
商品3	200	250	550	400	1400
付加価値	400	150	350		
総供給	1500	1200	1400		

表① 産業連関表

このとき投入係数行列Aは、

$$A = \begin{bmatrix} .53 & .08 & .21 \\ .07 & .58 & .14 \\ .13 & .21 & .39 \end{bmatrix}$$

これらのデータから上記の方法によって作成されたSNA産業連関表を表②に示す。

	商品1	商品2	商品3	産業1	産業2	産業3	最終需要	総需要
商品1				726	92	382	300	1500
商品2				303	482	215	200	1200
商品3				441	191	369	400	1400
産業1	1071	243	629					1944
産業2	27	813	45					884
産業3	402	144	726					1272
付加価値				473	120	307		
総供給	1500	1200	1400	1944	884	1272		

表② SNA産業連関表

V表より求められる産出係数行列は、

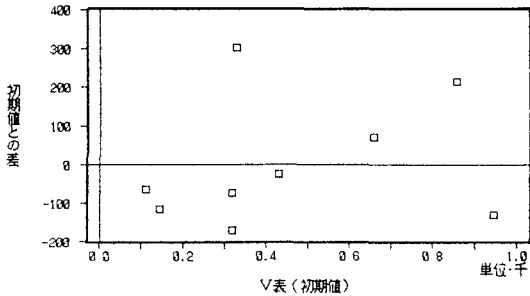
$$C = \begin{bmatrix} .55 & .03 & .32 \\ .13 & .92 & .11 \\ .32 & .05 & .57 \end{bmatrix}$$

産出係数行列の初期値との差の分布を図1に示す。

図1によると、V表の初期値が大きい場合は変化率か小さいが、V表の初期値が小さい場合は変化率が大きい。これは自乗誤差を最小にする目的関数を設定したためである。従って、これに初期値による

重みを考慮に入れた目的関数、あるいは、”求める解と初期値との比”の目的関数を最小にするモデルなどを検討する必要がある。

図1 推計されたV表の初期値との差の分布



4. 結論と今後の課題

本研究では仮定したデータをもとに、産業連関表の投入係数を変化させず、また、初期V表を最小限に変化させて、産業連関表からSNA産業連関表を作成することが可能であることを実証した。今後は、実際のデータを用いて、地域間産業連関表から地域間SNA産業連関表(表③)を作成していきたい。

		地域1			地域2			総
	商品	産業	最終需要	商品	産業	最終需要	商品	最終需要
地域1	商品	V_{11}^1	e_{11}^1		V_{12}^1	e_{12}^1	q_{11}^1	g_{11}^1
	産業	V_{21}^1	e_{21}^1		V_{22}^1	e_{22}^1	q_{21}^1	g_{21}^1
地域2	商品	V_{11}^2	e_{11}^2		V_{12}^2	e_{12}^2	q_{11}^2	g_{11}^2
	産業	V_{21}^2	e_{21}^2		V_{22}^2	e_{22}^2	q_{21}^2	g_{21}^2
	付加価値	y_{11}^1	y_{11}^2		y_{12}^1	y_{12}^2	y_{11}^2	y_{12}^2
	総供給	q_{11}^1	q_{11}^2		q_{21}^1	q_{21}^2	q_{11}^2	q_{12}^2

表③ 地域間SNA産業連関表

《参考文献》

- 1) 古沢：地域間SNA型物資流動の予測、東北大学卒業論文、1992
- 2) D.Friedlander:A Technique for Estimating a Contingency Table,Given the Marginal Totals and Some Supplementary Data,Journal of the Royal Statistical Society,124,412-420,1961
- 3) 稲村：地域間分析のためのSNA係数行列の収束計算アルゴリズム、東北支部技術研究発表会講演概要、378-379、1991