

Ⅲ－14

面外せん断条件下における周期亀裂の進展の予測

東北大学（学）○桂 利治
 東京大学（正）堀 宗朗
 東北大学（正）柳沢栄司

1. 序

内外に温度差を受ける円筒の表面の亀裂群では、その亀裂群が進展している時、ある温度に達すると、隣接する亀裂のうち的一方だけが進展し、もう一方は進展しない（あるいは、閉じる）ことが秋田、尾坂の研究¹⁾で確認されている（図1）。このような亀裂群の進展の予測ができれば、トンネル上部の崩落の防止などへの工学的応用が可能である。

本論文では、このような現象を考えるための一つの方法として、周期亀裂群モデル（図2a,b）を用いた数学的説明を試みる。

2. 解析手法

堀、三浦の研究²⁾を参考にし、亀裂をきわめて薄い空隙とみなし、Equivalent Inclusion法によって空隙問題の解を求め、ついで空隙の厚さがゼロに近づくときの解を求めて亀裂問題を解くことを図る。亀裂は図2bのように無限体中に x_1 方向に $2L_1$ の周期で、 x_2 方向に $2L_2$ の周期で分布しているものとし、亀裂の代表的寸法を a とする。

ここでEquivalent Inclusion法は、適当なeigenひずみの分布する均一体を仮想的に考え、その均一体が空隙を含む不均一体と同一の物理場を持つようなeigenひずみを求めるものである。

この方法により求めたeigenひずみを用いてひずみエネルギーの変化を記述し、Lagrangeの未定係数法により、亀裂の進展に伴うエネルギーの変化を極値問題としてとらえ、亀裂の進展の予測を行う。

単位セルに含まれる亀裂が一つの場合から始め、一つずつ増やして四つの場合までを考える。

この時、eigenひずみおよびひずみエネルギー変化は、全く同じ数学的形式で記述することができ、また、空隙の厚さをゼロとする極限操作も全く同一の形式で行うことが可能となる。

簡単のため、亀裂先端の変形様式は面外せん断変形のみであるととし、亀裂のまわりの材料は弾性係数 G の等方線形弾性体と仮定する。

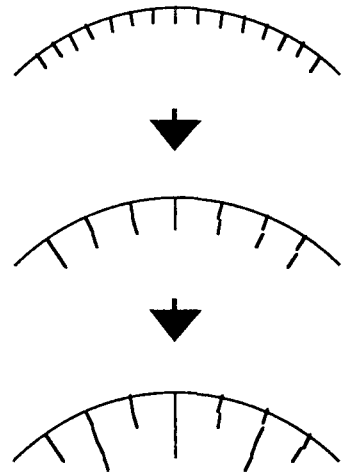


図1 亀裂群の進展

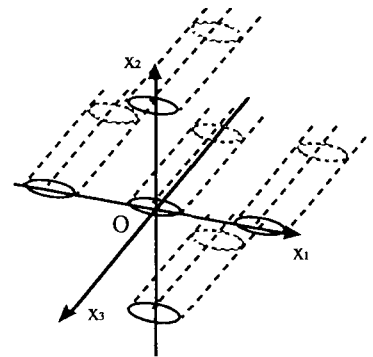


図2a 周期亀裂群

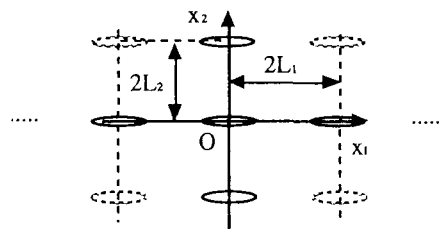


図2b 周期亀裂群

3. 結果

図3のような、亀裂を二つ含む領域の亀裂の存在によるひずみエネルギーの変化は $L_1 = 1, L_2 = 1$ とした時、図4のようになった。

次に、Lagrangeの未定係数法を用いて、亀裂の進展に伴うエネルギーの変化 ΔW が極値をとる条件を調べる。ここで、 ΔW は次式で与えられるものとする。

$$\Delta W = \Delta E(a_1 + \Delta a_1, a_2 + \Delta a_2) - \Delta E(a_1, a_2) - 2\mu(\Delta a_1 + \Delta a_2 - \Delta a)$$

計算の結果、領域の幅を亀裂長が占める割合 a/L が0.675までは、二つの亀裂が同じだけ進展する時に極大値をとる、すなわちこの時、エネルギー的に最も安定であることがわかった。

しかし、 a/L が0.675となると二つの亀裂のうち的一方だけが卓越して進展する場合が最も安定であることがわかった。(図5)

亀裂を三つ含む時と、四つ含む時についても同様の計算を行った結果、三つのときは、 a/L が0.98付近で、四つのときは、0.95あたりでこのような現象が起こることがわかった。

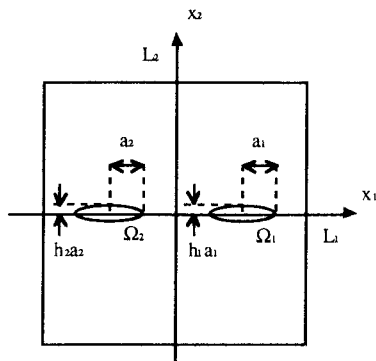


図3 亀裂を二つ含む領域

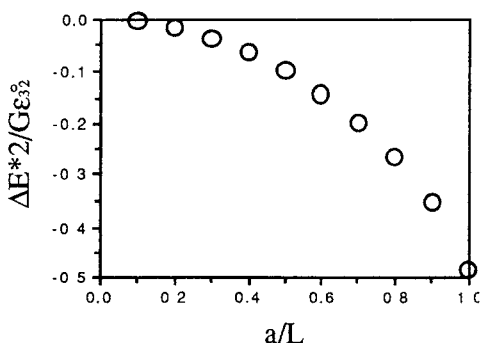


図4 亀裂の存在による
ひずみエネルギーの変化

4. 考察

以上の結果から、次のようなことがわかる。
周期的に亀裂がならんでいるとき亀裂が小さいときは、すべての亀裂が等量づつ進展する。
しかし亀裂がある臨界値に達すると、そのうちのいくつかが大きく進展する。

この大きく進展する亀裂が現われる臨界値は、二つ周期のときが最も小さい値である。

よって、周期的にならんでいる亀裂は、一つおきに大きく進展することがわかる。

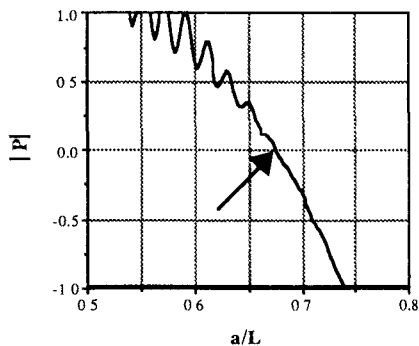


図5 亀裂群の安定条件の
変化する点

参考文献

- 1) 秋田 宏、尾坂 芳夫；多数の仮想ひびわれを考慮した円筒の解析
土木学会東北支部技術研究発表会、p.552-553、1991
- 2) 堀 宗朗、三浦 尚；3次元周期亀裂群の解析について
構造工学論文集、Vol.37A、p.443-450、1991
- 3) 村 外志夫、森 勉；マイクロメカニクス、培風館、1976