

I - 25 境界要素法と粒状要素法のハイブリッドモデルによる粒状体の解析

東北大学工学部 学生員 山本 晶
東北大学工学部 正 員 岸野 佑次

1 まえがき

材料の変形局所化は材料に内在する不均一性に伴って発生する場合が多い。本論文においては、地盤内の不均一性に起因する変形局所化発生機構などを調べるために、地盤内の不均一性を粒状体モデルにより与えることを試みたものである。この粒状体モデルは均一な連続体に囲まれているとした。解析方法としては、連続体部分に境界要素法¹⁾、粒状体部分に粒状要素法²⁾を用いることとし、本文はこのアルゴリズムについて説明するとともに、簡単な解析例を示す。

2 ハイブリッド剛性行列の作成方法

まず、境界要素法における物体力を考えない場合の基本境界方程式は、以下のような形になる。

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} p^i \cdot u d\Gamma = \int_{\Gamma} u^i \cdot p d\Gamma \quad (1)$$

ここに、 p は境界に働く応力ベクトル、 u は変位ベクトルである。また、 p^i 、 q^i は境界に単位の集中力が作用した時 i に働く応力、変位を表すそれぞれ (2×2) のマトリックスである。いま、境界を n 個の要素に分割したとすると、式 (1) は

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma_j} p^i \cdot d\Gamma \right\} u_j = \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma_j} u^i \cdot d\Gamma \right\} p_j \quad (2)$$

と表すことができる。ここで u_j と p_j は、それぞれ要素 j における変位および表面力である。積分

$$\int_{\Gamma_j} p^i \cdot d\Gamma \quad \int_{\Gamma_j} u^i \cdot d\Gamma \quad (3)$$

は接点 i と、積分で計算される要素 j を関連づけており、これらを $\hat{H}_{ij}$ 、 G_{ij} と書くこととし、さらに

$$H_{ij} = \hat{H}_{ij} (i \neq j), \quad H_{ij} = \hat{H}_{ij} + c^i (i = j) \quad (4)$$

とおくと、 n 個の境界要素に対する全体の方程式は、下のようなマトリックス式となる。

$$HU = GP \quad (5)$$

一方、粒状要素法によって導かれるマトリックス式は、

$$F = KX \quad (6)$$

ここに、 F は粒子に働く接触力ベクトル、 X は変位ベクトルであり、 K は粒子間の接触状態などから求まる剛性マトリックスである。この2つのマトリックス式を同じ形にするため、式 (5) を次のように変形する。

$$F_i = K_i U_i \quad (7)$$

$$(K_i = L G^{-1} H)$$

ここに、 L は、境界要素の長さを対角成分とするマトリックスである。式 (6) と式 (7) を重ね合わせるにより、系全体のマトリックス式が求められる。

3 解析モデル

本シミュレーションで用いたモデルは、図-1に示すような、弾性体の内部をくりぬき、そこに粒状体を詰め込んだものである。弾性体の内部境界には、境界要素長と等しい直径をもつ半円形粒子(図-2においては、円で示している)を付け、粒子と境界粒子の接線方向ばね定数を0とし、境界粒子に働く力は、すべて境界要素の midpoint に作用させるようにし、境界粒子同士の接触はないものとした。境界同士には境界要素法、粒子同士や粒子と境界粒子間は粒状要素法で全体剛性マトリックスを作成した。

4 簡単な解析例

ここでは、上で述べたハイブリッドモデルを用いて粒子のパッキングを行った例を示す。パッキングは、設定された弾性体の内部に適当に粒子を配置し(この時点では力の平衡条件は満たされていない)、外側境界を動かないよう固定した状態で行う。系全体の剛性マトリックス式より粒子、境界の変位を求めるが、これにより粒子間の接触関係が変化するため、変位が一定値以下になるまで繰り返し計算を行った。表-1に解析に用いた諸定数を、図-2に計算終了時の粒子、境界粒子の位置と、初期配置時からの変位を示した。この図から、初期時にあった右の方の粒子GとHの間の大きな重なりが解消されているのが分かる。

5 あとがき

今回、境界要素法と粒状要素法を組み合わせたハイブリッドシミュレーション法を提案した。現在は、さらに効率のよいシミュレーションが行えるようにプログラムを改良しているところである。今後は、材料の不均一性が全体に及ぼす影響など、様々な角度からの解析を進めていく予定である。
<参考文献>

1) Lachat, J.C., A further Development of Boundary Integral technique for Elastostatics, Ph.D. Thesis, Southernpton University (1975)

2) 岸野 佑次: 新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析、土木学会論文集 vol.406 / III-11, pp.97-106.1989

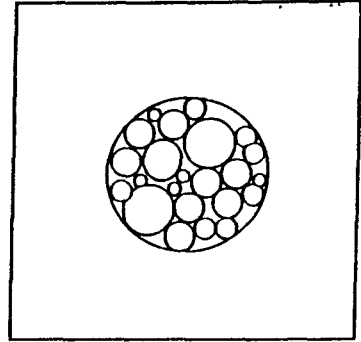


図-1 ハイブリッドモデル概念図

弾性体部分	
境界要素数	
外側境界	20要素
内側境界	24要素
横弾性係数	95000 kgf/cm
ポアソン比	0.1
粒状体部分	
粒径	1.0, 0.6 cm
粒子数	27個
法線方向ばね定数	1000 kgf/cm
接線方向ばね定数	700 kgf/cm
(粒子-境界間)	0 kgf/cm

表-1 解析に用いた定数

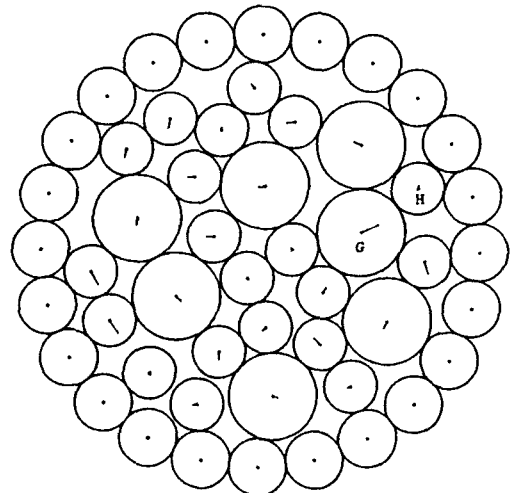


図-2 パッキング最終状態