Ⅱ－76　抵抗に関する諸式の形と分類法

日本大学工学部　正　員　安　田　禎　輔

１．まえがき

管路の平均流速や損失水頭に関しては，数多くの実験式や幾つかの理論式がある．現在はこれらの式の限られた式だけが利用されている．しかし，これらの式は必ずしも合理的な式ばかりが採用されているとは限らず，歴史的成行きや慣習的に選ばれたと考えられる式も少なくない．本報ではこれらの式の調査の必要性を述べ，諸式を分類整理し再評価を試みる．

２．調査の必要性

平均流速や損失水頭に関する研究は，18世紀末から20世紀の初頭にかけて盛んに行われてきたが，1925～32年にかけて Prandtl，Karmanおよび Nikuradseなどの対数則系の摩擦損失係数の式や， Colebrook-White (1939)の式などが提案されて以来，これらに関する研究は数少なくなってきた．これは，対数則式や Colebrook-White の式が，現在最も理論的で合理的な式であるとみなされ，理論的研究や新しいタイプの問題解決などに，これらの式が採用されるようにほぼ定着してきたからと考えられる．しかし実際面では，ほとんどこれらの式は使用されず，Chezy，Manning，Hazen-Williamsなどの経験式が利用されている．

教科書や参考書には，水路や水理条件を与え，Chezy，Manning，Hazen-Williamsなどの式によって流速や流量などを求めさせる問題がある．しかし，その結果は式によってかなり差が生じる場合も珍しくない．水路や水理条件が決められれば答は１つのはずである．以上のような諸問題を次に列記する．

① 現在使用されている経験式は，最も適合性が良く最善の式のみが選ばれているのか．歴史的成り行きや慣習的に選ばれてはいないか．

② 同じ現象に対して異なった数多くの式が提案されている．これらの原因を調査し正しく評価してみる必要性がないか．

③ 理論面では主に対数則系の式のみが採用されているが，実際面では幾つかの限られた経験式のみが使用されている．この理論と実際面とのギャップについて考察してみる必要性はないか．

④ 現在使用されている諸式は必ずしも適用限界が明かではない．国や管轄官庁，専門分野などにより使用される式が異なっている場合も珍しくない．

⑤ 対数則式が現在最も信頼されており，理論的で合理的な式であると評価されているが，全ての面で合理的とは限らず矛盾が生じる場合もある．

⑥ 対数則式と経験式とを関係付けある程度説明が付けられるから，これらの式は合理的であると説明している場合もあるが，このようなことは現在採用されていない他の経験式にも行うことができる．

３．抵抗式の分類方法

抵抗に関する式はいろいろな形で表現されてきた．これらの式を摩擦損失水頭の形で表すと

$$h = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} \qquad と \qquad h = \lambda_1 \frac{L}{D^y}\,V^x$$

とに大別できる．これらの式はfやλ_1の内容やxとyとの関係などにより，さらに幾つかに分けられる．

損失水頭の一般式をBuckinghamのπ定理によって求めると，

$$h = \lambda\left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{1-m}\frac{L}{D^{3-2m}}\left(\frac{V^2}{2g}\right)^{m} \qquad (1)$$

となる[1)～3)]．ここで$m=1$とおけば，（１）式はDarcy-Weisbachの式と完全に一致する．

$\alpha=1/(2m)$ とし（1）式よりVを求めれば，次のベキ乗型の流速式が得られる．

$$V=\frac{\sqrt{2}}{\nu^{2\alpha-1}}\left(\frac{g}{\lambda'}\right)^{\alpha} R^{3\alpha-1} I^{\alpha} \qquad (2)$$

$$\lambda'=\lambda/4^{(\beta/\alpha)}$$

（1）または（2）式に流れの条件を代入すれば，従来の幾つかの式が得られる．特に層流に関しては従来の全ての式を得ることができる[1),2)]．表1．はその対応関係を示したものである[1),2)]．

表1．領域定数と諸式との対応関係

流れの分類	m	α	対応する式または法則
層　流	0.50	1.00	Newtonの法則，Hagen-Poiseuille
滑面乱流	0.877	0.57	Blasius
粗面乱流	1.00	0.50	Darcy-Weisbach, Chezy

以上により諸式を分類すると４つの型に大別できる．これらとその水理学的意味をあわせて表２．に示す．Ｉ型は一般式（１）において $m=1.0$ とした場合の粗面乱流型の式で，Darcy-Weisbachの式であり，II型はＩ型よりやや次元的に未完成の式である．III型は（１）式において $x=2m$，$y=3-2m$ とおき，その他の関係因子を係数の中に含めてしまった式で，Reynoldsの式である．IV型はReynoldsの指数条件：$x+y=3$ を満足せず，次元的にやや不合理な式である．

表２．一般式と諸式の分類法

型	m	流　れ	式	備　考	
一般式	0.50	層　流	$h=\lambda\left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{1-m}\frac{L}{D^{3-2m}}\left(\frac{V^2}{2g}\right)^m$	Hagen-Poiseulle	
	0.877	滑面乱流		準Blasius型	
	1.00	粗面乱流		Darcy-Weisbach	
第I型	1.00	粗面乱流	$h=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$	$f=f(\varepsilon/D)$	粗面乱流
				$f=f(\varepsilon/D,\ R_e)$	遷移領域
				$f=f(R_e)$	滑面乱流
第II型		粗面乱流	$h=f_2\frac{L}{D}V^2$	$f_2=f_2(\varepsilon/D)$	粗面乱流
				$f_2=f_2(\varepsilon/D,\ R_e)$	遷移領域
				$f_2=f_2(R_e)$	滑面乱流
第III型	$x+y=3$ $x=2m$ 準一般式		$h=\lambda_1\frac{L}{D^y}V^x$	$x=2.0$：II型粗面乱流 $x=1.75$：滑面乱流 $x=1.0$：層流	
第IV型	$x+y\neq 3$ $x=2m$ 次元的不合理		$h=\lambda_2\frac{L}{D^y}V^x$	$x>1.75$：滑面粗面混合 $x<1.75$：層流滑面混合	

［参考文献］

1）安田禎輔，流れの抵抗に関する新しい考え方，水工論文集，第34巻，pp445～450,1990.

2）Teisuke Yasuda "Consideration of Wall Shear Stress and Friction Factors" Proc.Int'l Conf. for Centennial of Manning's and Kuichling's Formula,Virginia,May 1989.

3）安田禎輔，管路の平均流速に関する研究（第１～２報），第28回土木学会年講II，1973.

4）佐藤清一，技術者のための水理学，森北出版，pp114～140，1973

5）板谷松樹，水力学，朝倉書店，pp122～123，1966

6）村野為次，応用水理学，常磐書房，pp162～185，1933