

II-44

衝撃力波形予測理論の連続化

秋田大学 学生員○山下 稔 正員 松富英夫

1. まえがき 著者等の一人は碎波段波衝突時の経時的衝撃力の一評価理論を発表した¹⁾。その理論では、コア領域終端点で、水面形は連続であったが、その微係数である水面勾配・曲率等は不連続であった。そのため、衝撃力もその点で不連続となり、今後の問題点として残されていた。本研究の目的は、できるだけ道理にかなった方法で、水面勾配と曲率、即ち衝撃力が連続となるよう、理論の修正を行うことにある。

2. 理論 図-1に対象流れのモデルと記号の定義を示す。コアの存在する領域($\xi_0 \leq x \leq a$ 、 ξ_0 はコア領域終端位置、 a は流れ先端位置)での、底面から水面まで水深方向に積分した連続式と運動量式は、流れ

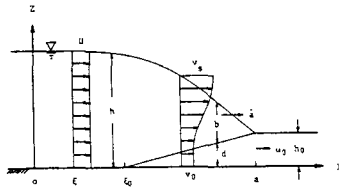


図-1 モデルと記号

先端移動速度 $\dot{a}$ で動く移動座標系で表現すれば²⁾、

$$(v_0 - \dot{a})h + S_1(v_s - v_0)(h-d) = (u_0 - \dot{a})h_0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$(v_0 - \dot{a})^2 h + 2S_1(v_0 - \dot{a})(v_s - v_0)(h-d) + S_2(v_s - v_0)^2(h-d) + gh^2/2 = (u_0 - \dot{a})^2 h_0 + gh_0^2/2 + KU^2(a-x) \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 v_0 は底面での流速、 v_s は水面での流速、 h は局所水深、 h_0 は流れ下流側の静水深、 d はコア厚、 u_0 は流れ下流側の断面平均流速、 U は $x = \xi$ での断面平均流速、 K は抵抗係数、 g は重力加速度、 $S_1 = (4+A)/12$ 、 $S_2 = 1/5 + A/15 + A^2/105$ 、 A は流速の分布形に関係する定数で、仮に $A = 2$ として議論を進める。

コア内では水深方向に流速は変化しないと仮定すれば、水深方向($0 \leq z \leq d$)に積分した運動量式から²⁾、

$$h = h_0 + (v_0 - u_0)\dot{a}/g - (v_0^2 - u_0^2)/2g - KU^2 l_1 \ln l_2 / gh_0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 $l_1 = a - \xi_0$ 、 $l_2 = d/h_0$ 。式(3)を書き直せば、

$$l_3 = \dot{a} - v_0 = (l_4 - 2gl_5 - 2KU^2 l_1 \ln l_2 / h_0)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 $l_4 = (\dot{a} - u_0)^2$ 、 $l_5 = h - h_0$ 。式(4)を x で微分すれば、

$$v_{0x} = gh_x / l_3 + KU^2 l_1 / l_3 l_5 h_0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 $l_6 = x - \xi_0$ 。諸物理量への抵抗の影響が比較的小さい場合を対象とすれば、式(3)と(4)は近似的に²⁾、

$$h \approx h_0 + (v_0 - u_0)\dot{a}/g - (v_0^2 - u_0^2)/2g \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\dot{a} - v_0 \approx (l_4 - 2gl_5)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

式(1)・(2)から v_s を消去した後、式(7)を用いて書き直し、 h の3次式を導く。ただし、 $(\dot{a} - v_0)$ の一次項に対しては、式(6)の右辺第3項を無視した時の $(\dot{a} - v_0)$ の関係式を用いる。その3次式を解けば、

$$h = 2\beta_1^{1/3} \cos(\phi_1/3 + 4\pi/3) + (2S_5 l_4 / g + 8S_5 h_0 - 4S_5 u_0 h_0 / \dot{a} + 5h_0 l_6 / l_1) / 3(1 + 4S_5) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\beta_1 = (-m_1^3/27)^{1/2}, \quad \cos \phi_1 = -q_1/2\beta_1,$$

$$m_1 = -(2S_5 l_4 / g + 8S_5 h_0 - 4S_5 u_0 h_0 / \dot{a} + 5h_0 l_6 / l_1)^2 / 3(1 + 4S_5)^2 + \{2(2S_5 - 1) \cdot l_4 h_0 / g - h_0^2 - 2KU^2 l_7 / g + 4S_5(1 - u_0 / \dot{a})h_0^2 + 2l_4 l_6 h_0 / gl_1 + 8l_6 h_0^2 / l_1 - 4l_6 u_0 h_0^2 / l_1 \dot{a}\} / (1 + 4S_5),$$

$$q_1 = -2(2S_5 l_4 / g + 8S_5 h_0 - 4S_5 u_0 h_0 / \dot{a} + 5l_6 h_0 / l_1)^3 / 27(1 + 4S_5)^3 + \{2(2S_5 - 1)l_4 h_0 / g - h_0^2 - 2KU^2 l_7 / g + 4S_5(1 - u_0 / \dot{a})h_0^2 + 2l_4 l_6 h_0 / gl_1 + 8l_6 h_0^2 / l_1 - 4l_6 u_0 h_0^2 / l_1 \dot{a}\} \{2S_5 l_4 / g + 8S_5 h_0 - 4S_5 u_0 h_0 / \dot{a} + 5l_6 h_0 / l_1\} / 3(1 + 4S_5)^2 + (2S_2 l_4 h_0^2 / gS_1^2 - 2l_4 l_6 h_0^2 / gl_1 - 3l_6 h_0^3 / l_1 + 4l_6 u_0 h_0^3 / l_1 \dot{a} + 2KU^2 l_6 l_7 h_0 / gl_1) / (1 + 4S_5), \quad S_5 = 1 - S_2 / S_1^2, \quad l_7 = a - x.$$

一方、コア領域終端背後での水面形は既報より²⁾、

$$h = 2\beta^{1/3} \cos l_9 + 2S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7 \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\beta = (-m^3/27)^{1/2}, \quad \cos \phi = -q/2\beta,$$

$$m = -\{12(S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7)^2 - 4S_5(l_4 l_9 l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / g + 2l_4 h_0 / g + h_0^2 + 2KU^2 l_7 / g\},$$

$$q = -2S_5 l_9 l_{10} \{8(S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7)^2 - 4S_5(l_4 l_9 l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / g + 2l_4 h_0 / g + h_0^2 + 2KU^2 l_7 / g\} / 3gl_7 + 2S_2 l_4 h_0^2 / gS_1^2,$$

$$l_9 = \phi/3, \quad l_9 = (\dot{a} - U)^2, \quad l_{10} = a - \xi.$$

水面形が得られたので、 x で微分すれば、水面勾配・曲率等が得られる。ただし、コア領域では、最先端で水面勾配が零となること、既報¹⁾との整合性やより厳密に議論するため、式(1)・(2)から得られる水面形を x で微分することにする。その結果は、 $\xi \leq x \leq \xi_0$ の領域に対して：

$$h_x = 2(\beta^{-2/3} \beta_x \cos l_9 - \beta^{1/3} \phi_x \sin l_9) / 3 + 2S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7^2 \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\beta_x = \beta^{1/3} \{ 24(S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7)^2 / l_7 - 2S_5(l_4 l_9 \cdot l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / gl_7 - 2KU^2 / g \} / 2, \\ \phi_x = (q_x / 2\beta - q\beta_x / 2\beta^2) / (1 - q^2 / 4\beta^2)^{1/2}, \\ q_x = -2S_5 l_9 l_{10} \{ 24(S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7)^2 - 6S_5 \cdot (l_4 l_9 l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / g + 2l_4 h_0 / g + h_0^2 \} / 3gl_7^2.$$

$$h_{xx} = 2(-2\beta^{-5/3} \beta_x^2 \cos l_3 / 3 - 2\beta^{-2/3} \beta_x \cdot \phi_x \sin l_3 / 3 + \beta^{-2/3} \beta_{xx} \cos l_3 - \beta^{1/3} \phi_x^2 \cos l_3 / 3 - \beta^{1/3} \phi_{xx} \cdot \sin l_3) / 3 + 4S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7^3 \dots\dots\dots(11)$$

$$\beta_{xx} = \beta^{-2/3} \beta_x \{ 24(S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7)^2 / l_7 - 2S_5 \cdot (l_4 l_9 l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / gl_7 - 2KU^2 / g \} / 6 + \beta^{1/3} \{ 8(S_5 l_9 l_{10} / gl_7)^2 / l_7^2 - 3S_5 \cdot (l_4 l_9 l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / gl_7^2 \} / 2, \\ \phi_{xx} = -\phi_x^2 \cot \phi + (2q\beta_x^2 / \beta^3 - 2q_x \beta_x / \beta^2 - q\beta_{xx} / \beta^2 + q_{xx} / \beta) / 2 \sin \phi, \\ q_{xx} = -2S_5 l_9 l_{10} \{ 96(S_5 l_9 l_{10} / 3gl_7)^2 - 15S_5(l_4 l_9 l_{10} / l_7)^{1/2} h_0 / g + 4l_4 h_0 / g + 2h_0^2 \} / 3gl_7^3.$$

$\xi_0 \leq x \leq a$ の領域に対して:

$$h_x = -\{ l_3^2 h_0 h - 2l_3 l_4^{1/2} h_0^2 - gh_0 h^2 / 2 + l_4 h_0^2 + gh_0^3 / 2 + KU^2 l_1 (h + h_0 - 2d) - 2KU^2 \cdot l_1 (d - S_5 h) (h/d - l_4^{1/2} / l_2 l_3) \} / l_{11} \dots(12)$$

$$l_{11} = l_1 \{ l_3^2 (d - 2S_5 h) + 2S_5 l_4 l_4^{1/2} h_0 + 3gh^2 / 2 - gdh - l_4 h_0 - gh_0^2 / 2 - 2g(d - S_5 h) \cdot (h - l_4^{1/2} h_0 / l_3) - KU^2 l_1 (1 - l_2) \}.$$

$$h_{xx} = [l_1 \{ 2l_3 (d - 2S_5 h) + 2S_5 l_4 l_4^{1/2} h_0 - 2gl_4^{1/2} \cdot (d - S_5 h) h_0 / l_3^2 + v_{0x} h_x + l_1 (2S_5 l_3^2 - 3gh + 3gd - 4gS_5 h + 2gS_5 l_4^{1/2} h_0 / l_3) h_x^2 + (-2l_3^2 h_0 + 4gh_0 h - 2gl_4^{1/2} h_0^2 / l_3 - 4KU^2 S_5 l_1 h / d + 2KU^2 S_5 l_1 l_4^{1/2} / l_2 l_3) h_x + \{ 2l_3 h_0 h - 2l_4^{1/2} h_0^2 - 2KU^2 l_1 l_4^{1/2} \cdot (1 - S_5 h / d) h_0 / l_3^2 + v_{0x} + 2KU^2 (h_0 + S_5 h^2 / l_2 d - S_5 l_4^{1/2} h / l_2 l_3) \} / l_{11} \dots\dots\dots(13)$$

式(12)は既報¹⁾と同じである。よって、既報と同様の段波先端衝突時の衝撃力評価式が得られる。

衝撃力Fは次式で推定される¹⁾。

$$F = \rho gh^2 / 2 + C_F \rho U^2 h \dots(14) \quad C_F = 1 + (-h_x)^{1.2} \dots(15)$$

ここで、 ρ は水の密度。衝撃力の経時変化は、入射段波の時々刻々の水深h、水面勾配 h_x と流速Uが与えられれば、推定可能となる。水深は式(8)と(9)で評価される。流速は著者等一人の理論²⁾で評価される。水

面勾配は式(10)と(12)で評価されるが、これ等は $x = \xi_0$ 点で不連続である。そこで、その点近傍でxの3次式(式(16))を仮定し、連続化を図ることとする。以下、衝撃力等の具体的計算手順を示す。

①式(8)と(9)を等置し、 ξ_0 を評価する。

②式(4)、(8)と ξ_0 を式(12)に代入し、 $x = \xi_0 + x'$ 点での水面勾配を評価する。ここで、 x' は零から $a - \xi_0$ まで適当間隔で順次増やす。

③ $x = \xi_0 + x'$ 点背後での水面勾配は直線分布すると仮定し、 $x = \xi_0 - x''$ 点での水面勾配を評価する。ここで、 x'' は零から適当間隔で順次増やす。

④式(10)より、 $x = \xi_0 - x''$ 点での水面勾配を評価し、③の水面勾配と等しいかどうか検討する。

⑤上記2つの水面勾配が等しくなる点が見つかるまで、②・③・④を繰り返し、 x' と x'' を特定する。

⑥式(4)、(5)、(8)、(12)と ξ_0 を式(13)に代入し、 $x = \xi_0 + x'$ 点での水面曲率を、式(11)より、 $x = \xi_0 - x''$ 点での水面曲率を評価する。

⑦水深と水面勾配として、 $x \leq \xi_0 - x''$ では、式(9)と(10)を、 $x \geq \xi_0 + x'$ では、式(8)と(12)を用いる。

⑧ $\xi_0 - x'' < x < \xi_0 + x'$ では、水深は ξ_0 点を境に、各々式(9)と(8)を用い、水面勾配は本領域全体で

$$h_x = c_1 (x - \xi_0 + x'')^3 + c_2 (x - \xi_0 + x'')^2 + c_3 (x - \xi_0 + x'') + c_4 \dots\dots\dots(16)$$

を仮定する。ただし、係数 $c_1 \sim c_4$ は $x = \xi_0 - x''$ と $\xi_0 + x'$ 点での水面勾配と曲率を境界条件に評価する。

⑨時々刻々の水深と水面勾配はaを適当に増加させ、①～⑧を繰り返し、段波衝突位置での値を読む。

3. 計算例

修正前後の方法による計算結果の比較例を示す。図-2は水面形、図-3は衝撃力(実験値³⁾も示す)、図-4は衝撃圧である。

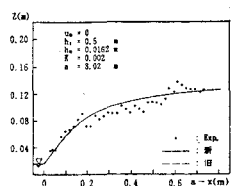


図-2 水面形の比較

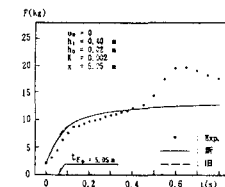


図-3 衝撃力の経時変化

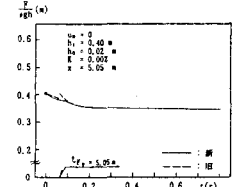


図-4 衝撃圧の経時変化

《参考文献》 1)松富：土木論文集、1988。2)松富：土木論文集、1986。3)松富：海岸論文集、1991。