

I-30

連続箱桁の中間支点部の弾塑性せん断遅れ

秋田大学 学生員○中川 達也

秋田大学 正員 薄木 征三

1. まえがき

連続桁の支点付近やラーメンの隅各部など曲げモーメントが急変する部材位置においてせん断遅れ(shear lag)現象の影響より断面内の直応力のはり理論からの差異が無視できないことは、弾性問題においても既に明かにされている。弾塑性問題に置けるせん断遅れ現象の解明は使用限界状態(servicability limit)を明らかにする上で重要である。本報告では二軸対称鋼箱げた断面を有する二径間連続ばりの一軸曲げを対象として、弾塑性状態における中間支点近傍でのせん断遅れ現象について検討するものである。

2. 変位場

弾性問題でのせん断変形を考慮した（高次理論）変位場を基礎とする。

$$\text{変位 } u(x, y, z) = -zw' + \frac{E}{G} B_z W \quad (1)$$

$$\text{ひずみ } \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -zw'' + \frac{E}{G} B_z W' \quad (2)$$

$$\text{応力 弾性領域 } \left. \begin{array}{l} \sigma_x = E \varepsilon_x \\ \tau_{yz} = G \gamma_{yz} \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\text{塑性領域 } \left. \begin{array}{l} \sigma_x = \pm \sigma_y \\ \tau_{yz} = 0 \quad (\gamma_{yz} \neq 0) \end{array} \right\} \quad (4)$$

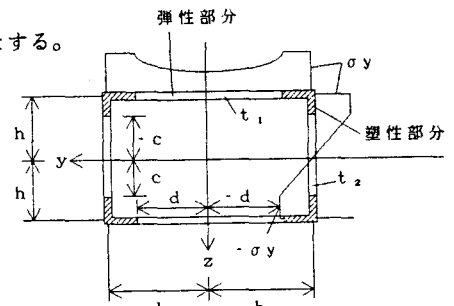


図-1. 高次理論での弾塑性状態での断面図

式(1)、(2)で B_z では座標 y, z の関数である。¹⁾ σ_y は降伏点応力である。

3. 断面力-変位関係

以下の3種類の断面力が必要となる。

$$\begin{aligned} M_x &= \int_F \sigma_x z \, dF = \int_{F_e} E \varepsilon_x z \, dF + \int_{F_p} \pm \sigma_y z \, dF \\ &= E (-J_e w'' + \frac{E}{G} K_e W') + \sigma_y Z_p \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} H_x &= \int_F \sigma_x \frac{E}{G} B_z \, dF = \int_{F_e} E_g \varepsilon_x B_z \, dF + \int_{F_p} \pm \sigma_y \frac{E}{G} B_z \, dF \\ &= E_g (-K_e w'' + \frac{E}{G} R_e W') + \frac{E}{G} \sigma_y V_p \end{aligned} \quad (6)$$

$$T_x = \int_F \tau_{yz} \frac{E}{G} \frac{s_z}{t} \, dF = E_g D_e W \quad (7)$$

ここで断面定数は以下のようなである。 F_e, F_p はそれぞれ断面内の弾性域、塑性域を表す。

$$\left. \begin{aligned} [J_e \quad K_e \quad Z_p] &= \int_{F_e} [z^2 \quad B_z z \quad \pm z] \, dF \\ [R_e \quad D_e \quad V_p] &= \int_{F_p} \left[B_z^2 \left[\frac{s_y}{t} \right]^2 \pm B_z \right] \, dF \\ [E_g \quad E_{gg}] &= \left[\frac{E^2}{G} \quad \frac{E^3}{G^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

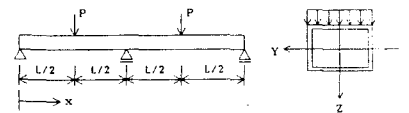


図-2 二径間連続はり

4. 弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$

弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$ は外力のつり合いから得られる曲げモーメント $M_x(x)$ の分布から解くことはできない。(3)式において応力分布の断面内の対称性より $z=c$ で $\sigma_x = -\sigma_y$ 、及び $z=h$ 、 $y=d$ で $\sigma_x = -\sigma_y$ とおくと、

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -c w'' + \frac{E}{G} B_{zc} W' \quad (9)$$

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -h w'' + \frac{E}{G} B_{zd} W' \quad (10)$$

ここに、 $B_{zc} = B_z(z=c)$ 、 $B_{zd} = B_z(y=d)$ である。

(9)、(10)式より

$$w'' = \frac{1}{E_g \Lambda} \left\{ \frac{E}{G} R_e M_x - K_y H_x + \frac{E}{G} (R_e Z_p - K_e V_p) \sigma_y \right\} \quad (11)$$

$$W' = \frac{1}{E_g \Lambda} \left\{ K_e M_x - \frac{G}{E} J_e H_x + (K_e Z_p - J_e V_p) \sigma_y \right\} \quad (12)$$

と求まる。これを式(5)、(6)に代入する。

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -\frac{M_x + \sigma_y Z_p}{E \Lambda} (c R_e - B_{zc} K_e) + \frac{H_x + \sigma_y V_p}{E_g \Lambda} (c K_e - B_{zc} J_e) \quad (13)$$

$$-\frac{\sigma_y}{E} = -\frac{M_x + \sigma_y Z_p}{E \Lambda} (h R_e - B_{zd} K_e) + \frac{H_x + \sigma_y V_p}{E_g \Lambda} (h K_e - B_{zd} J_e) \quad (14)$$

ここに式(11)～(14)において $\Lambda = K_e^2 - J_e R_e$ である。

式(13)、(14)を $c(z)$ 、 $d(z)$ に関する連立方程式として、ニュートン・ラプソン法を用いて解を求めることができる。断面力 M_x 、 H_x は近似解として弾性時の M_x 、 H_x を代入する。降伏荷重を越えた荷重での断面の弾塑性境界 $c(z)$ 、 $d(z)$ を得ることができる。以下に二、三の荷重状態における中間支点近傍での $c(z)$ 、 $d(z)$ の値を図-3に示す。

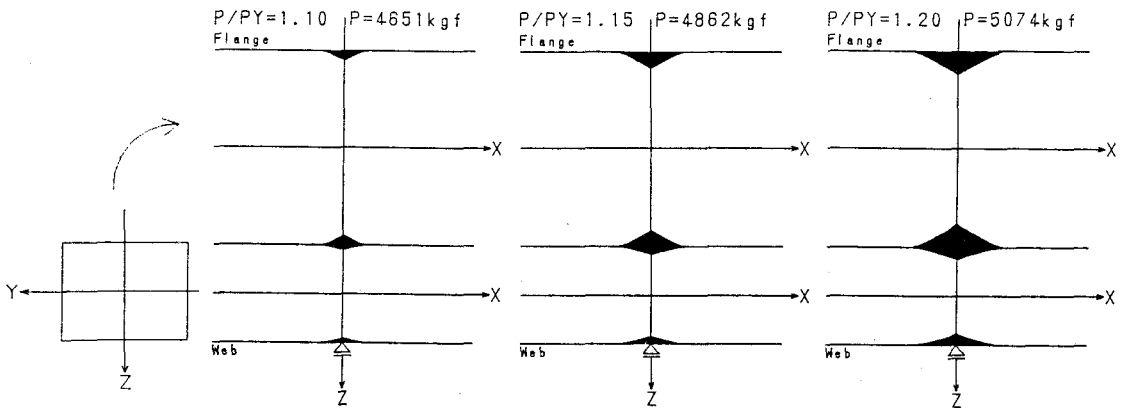


図-3 中間支点近傍での塑性域の広がり

参考文献 1) 稼能知徳・薄木征三・堀江保：せん断変形を考慮した薄肉断面直線ばりの理論、土木学会論文集、第282号、pp.1-13、1979