

I-29

圧縮降伏引張脆性破壊型円形断面はりの曲げ耐力について

秋田大学 正員 ○針金 誠悦
秋田大学 正員 薄木 征三
秋田大学 正員 長谷部 薫

1. まえがき

圧縮降伏引張脆性破壊型材料とは、材料の断面において圧縮応力は弾性状態から塑性状態へと推移するのに対して、引張応力は弾性状態において脆性破壊が生じる特性を有する材料を総称し、耐力を考える上で引張応力の脆性破壊が支配的な影響を与える材料である。

本研究は、高欄の横ばりなどを想定して円形断面を有する圧縮降伏引張脆性破壊型材料から成るはりについて、せん断ひずみを無視したはり理論の仮定のもとに、せん断応力分布、形状係数について検討したものである。

2. 解析理論

(1) 直応力分布

図-1に、対象とする材料の $\sigma - \epsilon$ 関係を示す。圧縮側は完全弾塑性、引張側は引張破壊が生じるまで弾性状態を示すbi-linear形の $\sigma - \epsilon$ 関係とする。図-2に曲げとせん断を受けるはりの直応力分布を示す。図中、(a)に至るまでは弾性状態であり、(a)において上縁の圧縮応力 $\sigma = -\sigma_c$ で降伏状態となる。(b)においては弾塑性状態であり、(c)の状態すなわち、下縁の引張応力 $\sigma = \sigma_t$ ではり終局状態となり崩壊する。ここで、 c は断面重心から弾塑性境界までの距離であり、 η は断面重心から中立軸までの距離である。以上より塑性域での応力 σ は $-\sigma_c$ であり弾性域の応力は次式で示される。

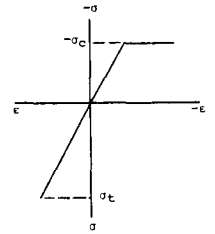


図-1 応力-ひずみ関係

$$\sigma_z = \frac{x - \eta}{c + \eta} \sigma_c \quad \text{または} \quad \sigma_\theta = -\frac{\cos \theta + \sin \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} \sigma_c \quad (1 \cdot a, b)$$

なお、式(1・b)は円形断面を対象とし極座標で示したものである。また、中立軸の位置 η または β は断面に作用する軸力は零であるとする条件より c または α で表される。円形断面における中立軸の位置 β は次式で示される。

$$\beta = \sin^{-1} \left\{ \left(\frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \sin \alpha + \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3} \right) \frac{\cos \alpha}{\pi} \right\} \quad (2)$$

(2) せん断応力

はり断面部材の微小要素の z 方向の力の釣合より τ_θ は次式で示される。

$$\tau_\theta = -\frac{h}{\sin \theta} \left\{ S_1 \left(\frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \alpha}{3} \right) + S_2 \left(\frac{\sin \alpha \cos \alpha - \cos \theta \sin \theta}{2} + \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) \right\} \quad (3 \cdot a)$$

ここに S_1 、 S_2 は次式で与えられる。なお、式中 $'$ は z 方向への微分を示す。

$$S_1 = \frac{(\sin \alpha)' + (\sin \beta)'}{(\sin \alpha + \sin \beta)^2} \sigma_c, \quad S_2 = \frac{\sin \beta (\sin \alpha)' - (\sin \beta)' \sin \alpha}{(\sin \alpha + \sin \beta)^2} \sigma_c \quad (3 \cdot b, c)$$

(3) 形状係数

図-2(b)の応力分布において曲げモーメント M は式(1・b)と曲げモーメント M の定義式より次式で示される。

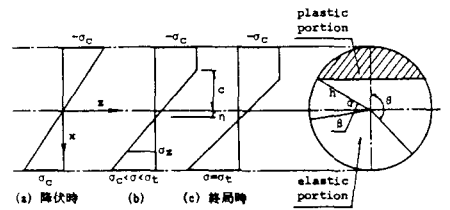


図-2 はりの直応力分布

$$M = \frac{2}{3} h^3 \cos^3 \alpha \sigma_c + \frac{2 h^3 \sigma_c}{m_1} \left(\frac{\pi}{16} + \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{8} - \frac{\cos^3 \alpha \sin \alpha}{4} + \frac{\alpha}{8} - \frac{\cos^3 \alpha}{3} \cdot m_2 \right) \quad (4 \cdot a)$$

ここに m_1 、 m_2 は次式で与えられる。

$$m_1 = \left(\frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \sin \alpha + \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3} \right) \frac{\cos \alpha}{\pi}, \quad m_2 = \left(\frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \sin \alpha + \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3} \right) \frac{\cos \alpha}{\pi} \quad (4 \cdot b, c)$$

終局状態での曲げモーメント M_U は $\alpha = \alpha_U$ を上式 (4・a) に代入し求める。なお α_U は、 $\sigma_t / \sigma_c = K$ として、式 (1・b) において $\theta = \pi$ で $\sigma_\theta = \sigma_t$ 、 $\alpha = \alpha_U$ において β について解いた式と式 (2) において $\alpha = \alpha_U$ とした式を等置した次式により求める。

$$\sin^{-1} \left(\frac{1 - K \sin \alpha_U}{1 + K} \right) = \sin^{-1} \left\{ \left(\frac{\alpha_U}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \sin \alpha_U + \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha_U}{3} \right) \frac{\cos \alpha_U}{\pi} \right\} \quad (5)$$

また、図-2 (a) において、上縁の圧縮応力 $\sigma = -\sigma_c$ の状態での降伏曲げモーメント M_y は、式 (4・a) に $\alpha = \pi/2$ を代入することにより求まる。なお、こうして求めた M_y の値は円形断面の断面係数 W に σ_c を乗じたものと一致する。以上の結果から M_U 、 M_y を求め、形状係数 $f = M_U / M_y$ の値を得る。

3. 計算例

図-3 に示す円形断面はりのスパン中央に、集中荷重が作用した場合を例に挙げ、塑性域の軸方向への分布、支間中央におけるせん断応力について計算を行った。図-4 は応力比 $K = 1.2, 1.6, 2.0$ について塑性域の広がりを示したものである。図からは応力比 K が大きくなるに従って、塑性域が軸方向及び軸直角方向に広がりを増していることがわかる。図-5 は応力比 $K = 1.0, 1.2, 1.6, 2.0$ について支間中央における、直応力とせん断応力の分布を示したものである。図からは応力比 K が大きくなるに従って、最大せん断応力 τ_{max} の値は大きくなり、その発生位置も下方へと推移していることがわかる。図-6 は、円形断面と矩形断面の形状係数 f について、 $K = 1.0 \sim 2.0$ について計算し比較した結果を示す。なお、矩形断面の形状係数 f については、参考文献¹⁾ において提案した式を用いて計算した。図では、 $K = 1.0$ の場合を除き円形断面の形状係数の値は常に矩形断面の形状係数の値を上回っており、 $K = 2.0$ では矩形断面の値に対して約 5 % 大きくなる結果となっている。

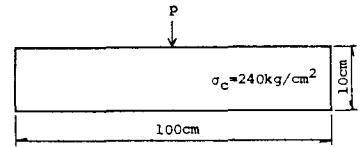


図-3 計算例

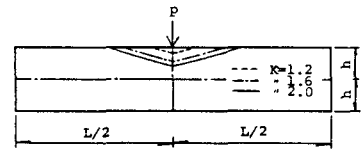


図-4 終局時における塑性域

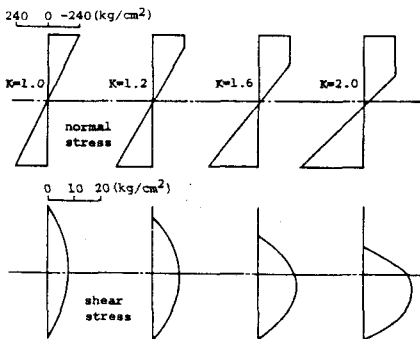


図-5 終局時における直応力及びせん断応力の分布

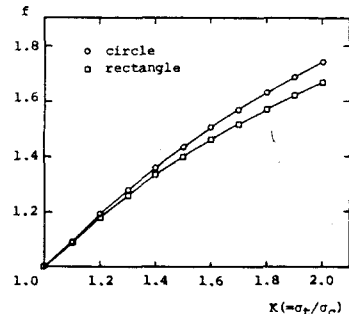


図-6 応力比と形状係数の関係

《参考文献》 1) 薄木, 堀江, 亀井: 集成材高欄支柱の弾塑性状態における変位、構造工学論文集、1989