# Ⅰ－21　変形の局所化に対する非局所性理論の適用

東北大学　○学生員　小山　茂
東北大学　　正員　倉西　茂
東北大学　　正員　岩熊哲夫

## １．まえがき

近年，地盤材料中の変形の局所化であるせん断帯発生の研究が盛んになっている．金属材料を対象にした研究によれば，局所化の発生は，用いる構成則に非常に強く依存することが明らかになっており，地盤材料の場合についても，構成則をいかに把握し仮定するかが重要な研究対象でもある．現在のところ変形の局所化の解析においては，構成則を物体内のある一点における応力とひずみの関係によって与える連続体力学を基礎とした研究が主流となっている．しかし，地盤材料は原子レベルまでいかなくとも，微視的に見れば見るほど離散系になっており，連続体理論によるせん断帯解析には，この点で大きな困難を伴うと言わざるを得ない．一方，構成則をその局所的な一点のみならず，他点からの影響をも含めた形式で表現した，一般化連続連続体力学の一つである非局所性理論が提案されている．中でも Kunin[1)] の示した理論は離散系の力学をより合理的に考えており，地盤材料の解析に適用できる可能性が強い．本報告では，粒状体からなる地盤材料のせん断帯発生および挙動の把握を行なうための基礎解析として，粒子間に作用するせん断力だけに注目した一次元モデルによる非局所性理論解析を行なう．

## ２．つり合い式

非局所モデルを図１に示す．離散要素法とは異なり，ある粒子ｎは隣接する粒子だけではなく，それ以外の複数の点ｎ’ ともばね定数 $\Psi(n,n')$ の線形ばねで連結されているのが特徴である．本解析ではせん断ばねを用いる．粒子径をａすると，$a\rightarrow 0$ の極限での非局所性理論は通常の連続体理論に一致する．このモデルのつり合い式は，粒子ｎ’ の変位を $u(n')$，粒子ｎに作用する外力または体積力を $q(n)$ とすると次式のように表わされる．

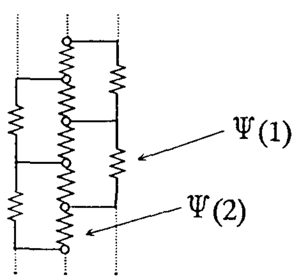


図１　非局所性モデル

$$\Sigma\ \Phi(n,n')u(n') = q(n) \tag{1}$$

ここに，Φは

$$\Phi(n,n') = \phi(n)\delta(n-n') - \Psi(n,n')$$
$$\phi(n) = \Sigma\ \Psi(n,n') \tag{2}$$

と定義される．この式の形から分かるように， $\Phi(n,n')$ はいわゆる剛性マトリックスに相当している．また，系全体が剛体移動できる場合には，外力の存在は不要であるから，Φは

$$\Sigma\ \Phi(n,n') = 0 \tag{3}$$

を満足する．これは，剛性マトリックスが特異であることに相当する．更に，Φの満たすべき条件として，

$$\Phi(n,n') = 0 \quad \text{When} \quad |n-n'| > l \tag{4}$$

がある．$l$ はスケールパラメターと呼ばる物理量である．もし物体が均一であれば，Φは $(n-n')$ のみの関数となり，連続体理論によって得られる弾性定数 $c_0$ との間には次式の関係がある．

$$c_0 = a\Sigma\ n^2\Psi(n) \tag{5}$$

## ３．解析手法

ここでは，均一な変形が与えられてつり合い状態にある物体の一部に，欠陥ができて変形の局所化が生じ

た場合を対象に解析を行なう．欠陥はばねを切ることによって表わせるものとする．変形が局所化したときのつり合い式は以下のようになる．

$$\Sigma \left[ \{\Phi^{0}(n-n') + \delta\Phi(n,n')\}\,\delta u(n') + \delta\Phi(n,n')\,u^{0}(n') \right] \qquad (6)$$

ここで，上付きの0を付した量，δの付いた量はそれぞれ，変形が局所化する前後のものである．このつり合い式を用い，予め仮定しておいたδΦに対する変位の変動分δuを数値計算によって求める．

## 4．数値解析

本解析では，以下に示す諸量を用いて解析を行なった．全粒子数101，粒子径 1.0,局所化が発生する直前のせん断ひずみ 0.01 ，ばね定数比 $\Psi(1):\Psi(2):\Psi(3)\cdots=1:1/2:1/3\cdots$ ．また，中心の粒子の離散系での座標を0とした．

図2に，2層系で (-1,1)(-2,0)(0,2)(-3,-1)(1,3) 図3に,(-2,1)(-1,2)(-3,0)(0,3)(-4,-1)(1,4)(-5,2)(2,5) 図4に，(-2,2)(-2,2)(-3,1)(-1,3)(-4,0)(0,4)(-5,-1)(1,5) の粒子を結ぶばねを切断したときの変形を示す．どの場合についても変形の局所化をよく表わしていると言える．せん断帯の幅は2層系を例に取るならば，n＝-4 からn＝4までの領域になっている．これは，ばねが切断されたために1層になった領域の中に存在する粒子に連結されている粒子はすべて，変形の局所化に関与していることを意味する．3層系，4層系についても同様である．つまり，スケールパラメーター 1とδΦが決定されれば，自動的にせん断帯の幅も決定されることになる．しかし，現時点においてそれらの最適な量を決めることはできず，その点の克服については現在検討中である．

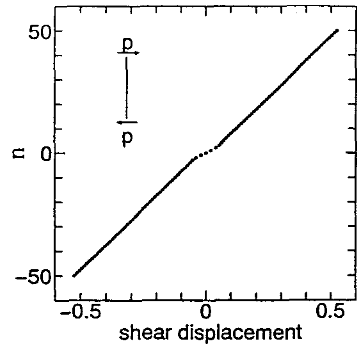


図2　2層系の変形の局所化

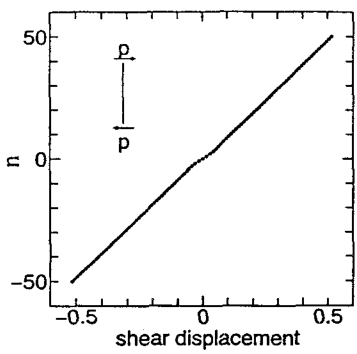


図3　3層系の変形の局所化

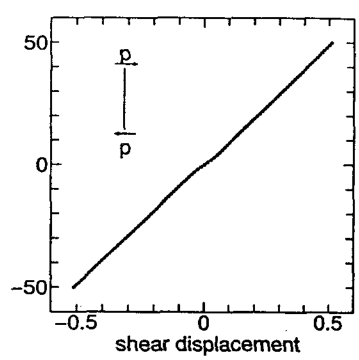


図4　4層系の変形の局所化

## 5．あとがき

非局所性理論を粒状体からなる地盤材料のせん断帯解析に適用し，その結果変形の局所化をある程度説明することができた．ただし，スケールパラメーターの決定および切断するばねの最適な選択については，現段階のところ不明のままであり，何らかの基準を設けることが必要である．また，スケールパラメーターに物理的意味を与えることも非常に重要であり，これらのことは，実際の地盤材料が持つ物性を考慮した多次元非局所性解析へと拡張することとともに今後の課題である．

参考文献　1)I.A.Kunin : Elastic Media with Microstructure I, One Dimensional Modeles,Springer Series in Solid-State Sciences,Vol.26,1982