

I-16

曲線骨組構造物の応力解析

岩手大学工学部 ○学生員 津田健人

岩手大学工学部 正 員 宮本 裕 岩崎正二 出戸秀明

秋田大学鉱山学部 正 員 川上 洵

1. まえがき

曲線部材をもつ骨組構造物の研究資料として、古くから弾性荷重法を使って種々の境界条件と荷重条件に対する公式をまとめた構造力学公式集¹⁾がある。さらに最近は川上等によって剛性マトリックス法による計算手法が提案されている。ただし川上等は節点に作用する集中荷重のみ取り扱っている。

この報告においては、これらの研究資料を発展させ統括し、一般の支承・荷重条件における曲線部材をもつ構造物を剛性マトリックス法で解析するための基礎資料を提供するものである。

2. 古典的公式から剛性マトリックス法解へのアプローチ

構造力学公式集にある集中荷重を受ける両端固定円弧アーチの応力の公式においては、軸力の影響を無視しているため中心角が小さいとき、すなわち曲線部材が直線部材に近いときは特にエネルギーにしろ軸力の影響は大きくなる。剛性マトリックス法では軸力を評価しているため、構造力学公式集の公式による計算値と剛性マトリックス法による計算値とはかなり違う。

そこで以下のように軸力を考慮した弾性荷重法を適用して、より正しい公式を誘導する。

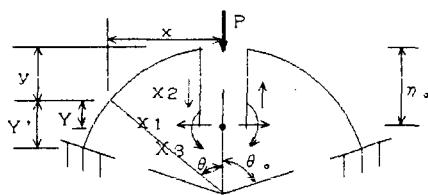


図-1 弾性荷重法

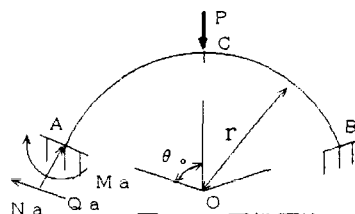


図-2 両端固定アーチ

図-1より、円上の θ 点での X_1 、 X_2 、 X_3 による断面力は次式のようにになる。

$$M_1 = -1 \cdot Y \quad N_1 = -1 \cdot \cos \theta$$

$$M_2 = -1 \cdot x \quad N_2 = -1 \cdot \sin \theta$$

$$M_3 = 1 \quad N_3 = 0$$

対称性を考慮し、さらに $\int (Y/EI) ds = 0$ となるよう弾性重心を選ぶと、仕事方程式の係数は以下のようになる。

$$\delta_{11} = \int (M_1^2/EI) ds + \int (N_1^2/EA) ds \quad \delta_{10} = \int (M_1 M_0/EI) ds + \int (N_1 N_0/EA) ds$$

$$\delta_{22} = \int (M_2^2/EI) ds + \int (N_2^2/EA) ds \quad \delta_{20} = 0$$

$$\delta_{33} = \int (M_3^2/EI) ds + \int (N_3^2/EA) ds \quad \delta_{30} = \int (M_3 M_0/EI) ds + \int (N_3 N_0/EA) ds$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{23} = \delta_{32} = 0$$

以上の式を使って、図-2のような中央に集中荷重の作用する両端固定アーチの中央部の軸力と曲げモーメントを計算すると下記ようになる。比較のために剛性マトリックスの解もつけ加えた。

ここで $A=48.80\text{cm}^2$ $I=5190\text{cm}^4$ $r=346.0\text{cm}$ $\theta=30^\circ$ $P=300\text{kg}$ である。

構造力学公式集 (N無視)	$H_c=523.7\text{kg}$	$M_c=5707.6\text{kgcm}$
修正公式 (N考慮)	$H_c=347.9\text{kg}$	$M_c=7853\text{kgcm}$
剛性マトリックス法	$H_c=334.8\text{kg}$	$M_c=8059\text{kgcm}$

3. 剛性マトリックス法解から古典的公式へのアプローチ

前述の説明で、古典的公式における軸力の影響は証明されたが、ここでは逆に剛性マトリックス法において軸力の影響を作意的に過小評価することによって、古典公式による解へ接近することを確認し表-1に示す。

表-1

Ar^2/I	N_c (kg)	Q_c (kg)	M_c (kgcm)
1125.65	150.0	334.8	8059.0
5268.27	150.0	472.1	5918.0
11256.53	150.0	496.7	5535.0
1125653.3	150.0	523.5	5113.0
11256533.0	150.0	523.7	5113.0
古典公式	150.0	523.7	5707.6

4. 骨組構造物への応用

上記の理論の結果から i, j 曲線部材の、荷重項を含んだ剛性マトリックスが下記のように与えられることになる。ただし係数マトリックス、荷重項の内容については省略する。

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ Q_i \\ M_i/r_0 \\ N_j \\ Q_j \\ M_j/r_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ r_0 \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ r_0 \theta_j \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \\ G_{1j} \\ G_{2j} \\ G_{3j} \end{Bmatrix}$$

計算例として、図-3のような曲線部材をもつ骨組構造物を考える。部材数を3部材とし、その内②-③部材に曲線部材要素を用いた。また計算にあたっては次のような数値を用いた。

	柱	はり
A (cm ²)	63.53	48.80
I (cm ⁴)	4710	5190

$f = 200\text{cm}$ $h = 350\text{cm}$ $l = 500\text{cm}$
 $\theta = 77.32^\circ$ $r = 256.3\text{cm}$ $P = 300\text{kg}$

計算の結果として①節点と②節点の部材力のみ示すと以下のようになる。

$N_1 = 150\text{kg}$ $Q_1 = -16.54\text{kg}$ $M_1 = -10480\text{kgcm}$
 $N_2 = -150\text{kg}$ $Q_2 = 16.54\text{kg}$ $M_2 = 4685\text{kgcm}$

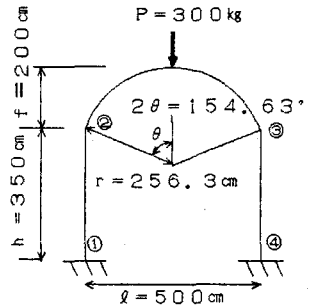


図-3

5. あとがき

アーチの古典的公式と最近の剛性マトリックス法とを結びつける研究の序論として、ここに具体的な計算資料を述べた。本研究の主な結論は下記の通りである。

- ① 古典的な円弧アーチの公式では軸力のエネルギーを無視している。
- ② 剛性マトリックス法では軸力のエネルギーも考慮しているので、その軸力の影響を過小評価するなら、古典的公式の解と一致する。
- ③ 荷重項を有する曲線部材の剛性マトリックスを使って、骨組構造物の計算例を示した。

参考文献

- 1. 土木学会：構造力学公式集、(1991.6.5)