

## IV—22

## エントロピーを用いた道路網評価法に関する考察

秋田大学 正 員 清水浩志郎  
 秋田大学 正 員 木村 一裕  
 秋田大学 学生員 高寺 寿一  
 秋田大学 学生員 ○ 小田 一彦

## 1. はじめに

複雑かつ大規模な道路網の評価を行うことは容易ではない。特に道路網の信頼性解析においては、膨大な時間と労力を必要とする。そのため、今後の道路網計画において操作性が高く実用的な評価指標の確立が望まれる。

そこで、本研究では情報理論におけるエントロピーの概念を道路網に導入し、信頼性解析においてその有効性を明確にすること目的としている。

## 2. 信頼性解析における問題点とエントロピーの導入について

信頼性解析の問題点は、ネットワークの規模や形状により、計算時間が増加する点である。これは、経路の数が増加すると計算時間が指数的に増大するためである。しかしながら、ネットワークを視覚的にとらえたとき、信頼度の高さは感覚的に判断できる部分が多い。これは、地形的条件などからリンクの分布状態を判断するためである。例えば、「孤立ノードがない」、「代替路がある」など信頼度はリンクの分布状態などに影響をうけるものと考えられる。

一方、分布状態のでたらめさや無秩序さを表す尺度としてエントロピーという概念がある。このエントロピーには適用上における操作性の高さ、汎用性といった工学的長所がある。これらのことから、本研究ではエントロピーを道路網に導入し、信頼性解析にその適用を試みた。

## 3. 道路網におけるエントロピーの適用

## (1) 情報理論におけるエントロピー

道路網にエントロピーを導入するにあたり、情報理論におけるエントロピーの概念についてまとめている。

情報とは、ある事柄が生起したことを知ったとき

受け取る量のことであり、情報量はその事柄の生起する確率によって決まる。このとき、ある事柄のことをシンボルとよぶ。また、これらのシンボルが独立に生起する場合の情報源を無記憶情報源、シンボル間がつながりをもって生起する場合をマルコフ情報源とよぶ。

一方、エントロピーはシンボルあたりの平均情報量で定義される。すなわち、エントロピーは情報量の期待値であり、シンボルが生起することの無秩序さを表す。

## (2) 信頼性解析への適用

上記のエントロピーを道路網の信頼性解析において導入する。信頼度がリンクの分布状態の影響を受けることは既に述べた。したがって、1ノードリンク数のばらつきの度合にエントロピーを適用することを考える。すなわち、これはリンクの分布状態の無秩序さを測ることで信頼性を評価しようとするものである。

いま、ネットワークにおける情報を、あるノードが生起したことを知ったとき受け取る量と定義する。ここで、ノードが生起するということは、そのノードとつながっていることを意味する。また、この場合ノードはシンボルと考えられ、情報量はノードが生起する確率で決まる。ネットワークでは、リンクが存在しないとノードは生起しないため、ノードが生起する確率をそのノードに関するリンク数で決定する。また、ネットワークは、個々のシンボルすなわちノード間につながりがあるためマルコフ性をもつマルコフ情報源であると考えられる。

例えば、ノード数 $v$ のネットワークにおける任意のノード $i$ にリンクが $L_i$ 本あるとする。この場合、 $i$ につながっているノードに $j$ があることを知る確率 $P(S_j | S_i)$ は、次式のようにノード $i$ に関するリンク数で決定される。

$$P(S_j | S_i) = 1/L_i \quad \cdots \cdots (1)$$

これは、 $i$  における  $L_i$  本のリンクのうち 1 本が  $j$  につながっていることを意味する。したがって、ノード  $i$  における情報量  $I(i)$  は次式で与えられる。

$$I(i) = - \sum_j^V P(S_j | S_i) \log_2 P(S_j | S_i) \\ = \log_2 (L_i) \quad \cdots \cdots (2)$$

したがって、ノードの情報量はそのノードのリンク数で表される。このことは、 $L_i$  本のリンクによって情報を受け取ることができることを意味する。また、このネットワークにおけるエントロピー  $H$  は各ノードに対する情報量の期待値であることより、次式で表される。ただし、 $P(S_i)$  は各ノードの発生確率であり、ここでは均等とする。

$$H = \sum_i^V P(S_i) I(i) \\ = \sum_i^V P(S_i) \log_2 (L_i) \quad \cdots \cdots (3)$$

エントロピー  $H$  は、各ノードにおけるリンク数の無秩序さすなわちリンクの分布状態を表している。

一方、信頼性解析ではリンクそのものの通行可能確率であるリンク信頼度が考慮されている。また信頼度はリンク信頼度が与えられた場合、全体がどれだけの通行機能を有するかを表す。したがって、エントロピーにおいてもリンク信頼度を考慮する必要がある。ここで式(2)においてノード  $i$  の情報量は、リンク信頼度が考慮されていないため確実に  $L_i$  本のリンクから情報を受け取れる。このようにリンク信頼度が 1 の場合  $I(i)$  は、次のように解釈できる。

$$I(i) = \log_2 (L_i \times 1) \quad \cdots \cdots (4)$$

しかし、各々のリンクにリンク信頼度が  $r$  で与えられた場合、ノード  $i$  に関する情報量は  $I_r(i)$ 、

$$I_r(i) = \log_2 (L_i \times r) \quad \cdots \cdots (5)$$

となる。このとき  $I(i) > I_r(i)$  の関係が成立する。これは、リンクに通行確率が与えられたため受け取れる情報が減少するからである。また、リンク信頼度が与えられた場合のエントロピーを  $H'$  とすると、リンク信頼度 1 の場合のエントロピー  $H$  に対して、 $H_r (= H'/H)$  の情報しか受け取ることができない。この  $H_r$  は、 $0 \leq H_r \leq 1$  の値をもち、完全に情報が受信できる場合に対し、どれだけ情報を受信できるかを評価している。この値によってネットワークの信頼度が評価できる。

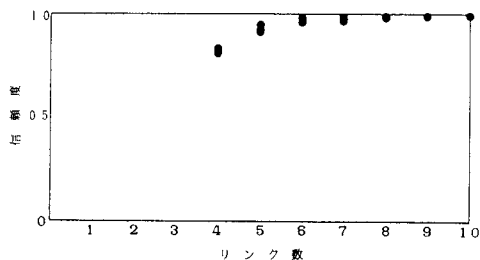


図-1 信頼度 (リンク信頼度0.9)

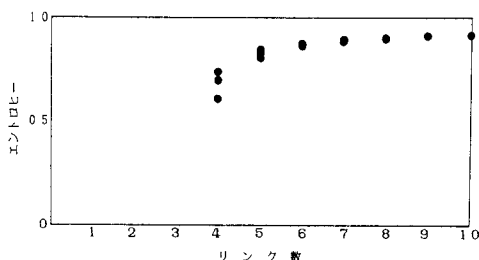


図-2 エントロピー (リンク信頼度0.9)

#### 4. 信頼度とエントロピーの関係

具体的なネットワークを用いエントロピーと信頼度の関係を調べ、エントロピーの有効性について考察した。シミュレーションではノード数一定のモデルを考え、このモデルに対しリンク 1 本から完全グラフになるまで、全てのパターンでリンクを増加させた。そして、リンク信頼度を 0.9 で与えた場合の信頼度とエントロピーを計算した。その結果を図-1, 2 に示す。

グラフから、信頼度とエントロピーは全体的に同様な傾向を示していることがわかる。このことを明確にするため、信頼度とエントロピーの相関係数を求めた。その結果、信頼度とエントロピーでは相関係数 0.922 という極めて強い関係を示した。このことより、信頼性解析においてエントロピーの有効性が確認できた。

#### 5. むすび

本研究ではエントロピーの概念を道路網に導入し、シミュレーションにより信頼度とエントロピーの相関を求めた結果、極めて強い相関があることがわかった。今後は理論的に、エントロピーと信頼度の関係を明確にし、エントロピーの操作性の高さと汎用性を利用した、より実用的な適用方法について検討を行いたいと考えている。