Ⅳ－２　２次計画法による航空ネットワークのスケジューリング

東北大学　学生員　○　鬼柳　雄一
東北大学　正　員　　徳永　幸之
東北大学　正　員　　稲村　肇

１．　はじめに

開発途上国あるいはコミューター航空においては、単独では採算の取れない路線が多く存在する。このような状況下では、採算性の低い路線でも有機的に結び付け、航空機材を効率的に運用できるような運航スケジュールを組むことが重要である。

そのためには、夜間駐機などの空港側制約条件を満たしながら、各路線を組合せることによって生じる、乗り継ぎ利用者による利益の増加を評価することが重要な要件となる。

本研究では、以上の要件を解決するため、２次計画法を用いることにより、最適な運航スケジュールを求めることを目的としている。

２．　２次計画法

２次計画法（以下ＱＰと略す）とは、１次の制約条件式の下で、２次の目的関数を最大化（または最小化）するものである。

すなわち、

$$Ax = b$$
$$x \geqq 0$$

の制約のもとで、目的関数、

$$F(x) = px - \frac{1}{2}x'Cx$$

の最大を求めることと表わされる。ｂ，ｘ及びｐはベクトル、Ａ、Ｃはマトリックスである。

ここで、目的関数Ｆ（ｘ）が凹関数であれば、全域的最大が保障される。Ｆ（ｘ）の１次形の項は凹関数と考えられるから、ｘ'Ｃｘが凸関数であれば、Ｆ（ｘ）は凹関数となる。これは、Ｃが対称行列であり、正定値でなければならないということを意味している。

ＱＰ問題を解く方法にはいくつかあるが、本研究では、Wolfe-Markowitzの方法を用いた。この方法は、ＱＰ問題を線形計画法の２段階シンプレックス法に帰着させて解こうとするものである。

３．　ＱＰによる定式化

(1)　決定変数

まず、空港運用時間を、適当な間隔で分割する。航空機は、この各時間断面においてのみ出発するものとし、これを時刻ｋとする。

ここで、決定変数として、ある機材ｈが、ある時刻ｋに、空港ｉから空港ｊに向けて運航されるか否かを表す変数　x_{hkij} を考える。

(2) 制約条件

制約条件としては、ある時間断面を考えたとき、それぞれの機材について、その断面を出発、飛行中、あるいは空港に駐機するというすべてのフライト案のうち、ただひとつに必ず割り当てるものとする。式で表すと、次式のようになる。

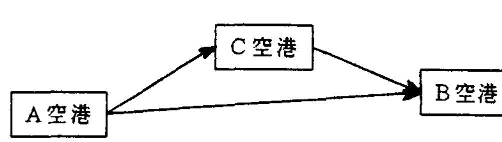
$$\sum_{h}\sum_{k}\sum_{i}\sum_{j} x_{hkij} = 1$$

(3)　目的関数

目的関数としては、１次式で表される直行便利用者の評価の他に、次の事項を考慮して設定する。

①　乗り継ぎ利用者の評価。
②　母空港の選定と夜間駐機。
③　不可能なフライトの制限

①は、図－１のように、Ａ空港からＢ空港に向かうルートを考えたとき、フライトＡtoＢとフライトＡtoＣtoＢの所要時間の差が、それほど大きくない場合には、フライトＡtoＣtoＢに乗り継ぎ利用者が存在すると考える。すなわち、乗り継ぎによる利益の増加を評価する。



図－１　乗り継ぎの例

②は、空港運用時間内において、最初に運航されるフライトの出発空港と、最終フライトの到着空港が一致しているか否かを考える。

③は、ある二つのフライトを考えるとき、それらが運航可能な組合せか否かを判断する。具体的には、回送時間が足りない場合、及び、ある時刻において異なる空港を発着する場合を、運航不可能な組合せとする。

これらは、二つの変数の組合せについて考えねばならないので、２次形式により表現する必要がある。また、②及び③は、ＬＰでは制約条件として導入するのが一般的であるが、２次形式をとれば、目的関数に取り込むことができる。

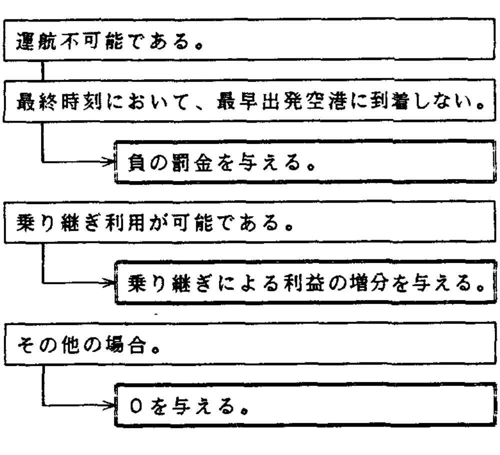
従って、本研究における目的関数は、次の形で表され、これを最大化させるものとする。

$$F(x) = p_s x + x' P_d x$$

ここで、ｘは決定変数のベクトルであり、「'」は転置を表す。

p_sは１次式の項の係数であり、機材ｈが時刻ｋにおいて、空港ｉから空港ｊまで運航された場合の利益を表すベクトルである。ただし、空港運用時間内にいずれの空港にも到着できない場合には、負の罰金を与える。

P_dは、２次形式の項の係数であり、ある二つのフライトのすべての組合せに対して、図－２のようにして与えられるマトリックスである。



図－２　２次の項の係数の設定

４．　ＱＰの最適解の条件

ＱＰによる最大化には、先に述べたように、行列Ｃが正定値（すなわち、全ての固有値が正）であることを必要とする。３－(3) に示したような定式化では、行列Ｃの対角項は０となり、一般に、正定値とはならない。

この問題を解決するためには、行列Ｃの対角項に正の値を与える必要がある。シミュレーションの結果から、この値の大きさは、行列Ｃの非対角項の値に依存することがわかっている。

また、他の問題点として、罰金の値（対角項の値に対して一定比率を保っている）を他の便益値と比較してあまりに大きくすると、３－(2) の制約条件を満たさなくなる一方、罰金を小さくし過ぎると、運航不可能あるいは母空港に戻らない解が求められる、という問題が生じる。

このように、航空ネットワークのスケジューリングにＱＰを適用する際には、マトリックスの性格により、いくつかの問題が生じる。従って、最適解が求められる条件の明確化が重要となる。

５．　おわりに

本研究では、ＱＰを用いることにより、乗り継ぎ利用者の評価ができ、また母空港問題を解決するスケジューリングモデルを定式化し、解を求めるためのいくつかの条件について考察を加えた。

ＱＰは、種々の制約条件をすっきりとした形で目的関数に導入できることや、複雑なネットワークに対してもモデルが拡大しないという特性を持つ。

しかし、先に述べたような問題点により、常に最適なスケジュールを作成できるわけではない。これは主として、この問題に対して扱うマトリックスの性質が悪いことに起因していると考えられる。

よって、目的関数や制約条件の組み込み方法を改善し、より実用的なモデルに近づけることが必要であろう。

参考文献

1) 徳永･稲村：多空港間航空ネットワークのスケジューリング－ＬＰモデルとＤＰモデルの比較－，土木計画学研究講演集 No. 13, pp. 607-614, 1990