

IV-1

整数計画法による航空ネットワークのスケジューリング

東北大学 正員 ○ 徳 永 幸 之

東北大学 正員 稲 村 肇

1. 本研究の目的

地方都市間を結ぶ通勤航空の導入に当たっては、需要予測と運航計画に基づく採算性の検討が不可欠である。特に、ビジネス客が主体と考えられる通勤航空の場合、需要は航空機の出発時刻に大きく影響を受けるため、出発時刻による需要の変動を考慮したスケジューリングモデルの開発が要求される。

筆者らはこのようなモデルの開発を目指し、線形計画法（LP）および動的計画法（DP）による方法について研究を進めてきた。このうちLPについては、飛行の連続性が保障されないことと母空港間題が解決されていないことが、課題として残っていた。¹⁾本研究では、この2点を解決するLPモデルの開発を目的としている。

2. 決定変数

LPモデルの定式化にあたり、まず空港運用時間を適当な時間間隔に分割する。各段階 k 毎に、機種 h をルート ij に割当てるか否か表す変数 x_{ijk}^h を導入する。このとき、予め母空港 b （機材を夜間駐機させておく空港）を決めておき、その段階までに母空港から機材を回送できない場合、或は空港運用時間内に母空港に回送できない場合、その変数は作成しない。母空港は予め設定しておかなければならないが、現実にも母空港は限定されることが多いため、実用上問題はないと考える。

$$x_{ijk}^h = \begin{cases} 1 & \cdots \text{割当てる} \\ 0 & \cdots \text{割当てない} \end{cases} \quad (1)$$

$$k \in \{k \mid t_{b,i} \leq k \leq L - t_{i,j} - t_{j,b}\}$$

ここで、 t_{ij} ：ルート ij の飛行時間

L ：空港運用終了段階

なお、決定変数はすべて0か1の整数であるため、この問題は整数計画問題となる。

3. 目的関数

本研究においては、航空会社の利益が最大化されることを目的とする。すなわち、段階 k に機材 h をルート ij に割当てた場合の利益 p_{ijk}^h の和を最大にする。

$$P = \sum_h \sum_i \sum_j \sum_k p_{ijk}^h \cdot x_{ijk}^h \rightarrow \max \quad (2)$$

このときの p_{ijk}^h は、運賃収入から運航経費を差し引いたもので、次式で表される。

$$p_{ijk}^h = q_{ijk}^h \cdot u_{ij} - t_{ij} \cdot v^h - c^h \quad (3)$$

ここで、 q_{ijk}^h ：機種 h 、ルート ij 、段階 k の乗客数

u_{ij} ：ルート ij の運賃

v^h ：機材 h の飛行時間当り費用

c^h ：機材 h の飛行1回当りの費用

乗客数は、朝夕ピークの潜在需要と出発希望時刻分布を仮定して求めた。

4. 制約条件

(1) 機材制約

各機材は、ある時刻にはある一つのルートに必ず割当てなければならない。このルートの中には、その段階に出発するものだけでなく、飛行中のものや空港に駐機するものも含まれる。すなわち、機材 h 、段階 K において、ルート ij を出発するもの、あるいは飛行中のもののうち1つに割当てるとする。

$$\sum_i \sum_j \sum_k x_{ijk}^h = 1 \quad (4)$$

$$k \in \{k \mid K - T_{ij} \leq k \leq K\}$$

$$T_{ij} = [(t_{ij} + w) / \Delta t] + 1$$

ここで、 w ：整備時間

Δt ：時間間隔

$[\]$ ：ガウスの記号

これを図で表すと、図-1において太線で示したフライング案の中から1つに割当てることになる。

(2) 回送制約

多空港間のラウンド&ロビン型ネットワークにおいては、機材制約だけでは時間的に連続した2つの

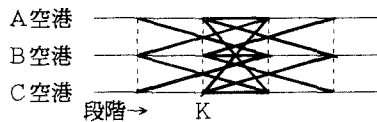


図-1 機材制約

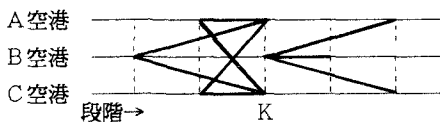


図-2 回送制約

フライトにおける前の到着空港と後の出発空港が異なる場合（以下、不連続という）が生じる。これを防ぐために、段階Kの空港Iにおいて不連続となるフライトの組合せの中からは1つ以上選べないという制約を設ける。

$$\sum_{j \neq I} \sum_k x_{i,j,k}^h + \sum_k x_{i,i,k}^h \leq 1 \quad (5)$$

$j \neq I$
 $k = K - T_{i,j}$

これを図で表すと、図-2において太線で示したフライト案の中から1つ以上選べないことになる。

(3) 時刻・ルート制約

同一段階、同一ルートには1機材しか割当てないという制約を設けることで、複数機材による乗客のダブルカウントを防ぐ。

$$\sum_h x_{i,j,k}^h \leq 1 \quad (6)$$

ただし、この制約だけでは時間間隔を非常に短くした場合には段階の近接したフライト間でダブルカウントが生じてしまうため、乗客数を目的関数に取り込むなど変更が必要である。

5. 分析例

分析例として、3空港、2機によるスケジューリングを考えた。飛行時間、運賃、機種別諸元は表-1及び2のとおり、潜在需要は図-3のとおり設定した。このケースは、参考文献1)のLPモデルでは飛行が不連続となり、母空港にも戻れなかったものである。

以上の設定で整数計画法により解いた結果、図-2に示すように飛行が連続し、母空港の制約も満たすスケジュールを得ることができた。

表-1 飛行時間及び運賃

空港	A	B	C
A		2.5/7	1.0/4
B	2.5/7		2.0/6
C	1.0/4	2.0/6	

(飛行時間/運賃)

表-2 機種別諸元

機種	X	Y
座席数	300	200
燃費	250	175
固定費	500	350
母空港	C	A

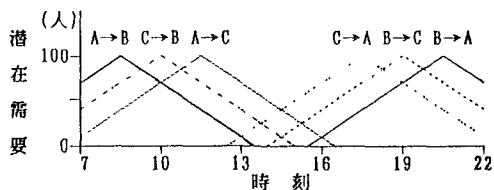


図-1 潜在需要分布

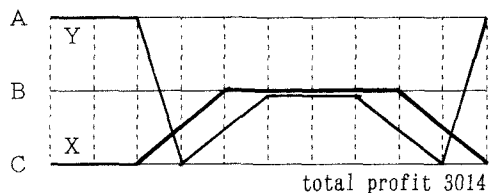


図-2 スケジューリング結果

6. まとめ

整数計画法の定式化において、決定変数、機材制約及び回送制約を変更することによって、飛行の連続性及び母空港の制約を満たすスケジューリングモデルを作成することができた。

整数計画法は、表-3に示すように決定変数及び制約条件の数が非常に多く、計算機の能力から大きなネットワークを解くことは困難である。しかし、コンピューター航空のように比較的小さなネットワークについては十分適用可能である。

表-3 決定変数及び制約条件の数(概算)

決定変数	$n^2 \cdot m(s-t)$	n : 空港数
機材制約	$m(s-t)$	m : 機材数
回送制約	$n \cdot m(s-t)$	s : 段階数
時間ルート制約	$n(n-1)(s-t)$	t : 飛行段階数

参考文献

- 1) 徳永・稲村: 多空港間航空ネットワークのスケジューリング - LPモデルとDPモデルの比較 -, 土木計画学研究講演集 No.13, pp.607-614, 1990