

### III-2 確率を考慮した3次元粒状体モデルのせん断変形特性の解析

東北大学大学院 学生員 ○土倉 泰  
 東北大学工学部 正会員 佐武正雄  
 東北大学工学部 正会員 岸野佑次

1. まえがき：著者らは砂のような粒状体の三主応力状態におけるせん断変形特性について、単純なモデルを用いた粒状要素解析を行っている<sup>1)2)</sup>。ここではこのモデルで得られる応力比～ひずみ関係をもとに、粒子間の接触点における滑りの発生に関して確率を考慮することにより、現実的な粒状体の3次元せん断変形特性を解析することを試みる。

2. 単純な粒状体モデルの三主応力状態のせん断：解析する3次元モデルは図-1に示す同一粒径の球粒子集合体で、これを単位として無限に続く規則配列を考えると面心立方構造となる。初期状態は等方圧縮したものとする。図中のx,y,z軸に応力主軸を合わせ、3方向に等方的なモデルと考える。粒径は0.02cm、粒子間摩擦角 $\phi_\mu$ は25°とする。また粒子間の接触点には線形剛性を仮定し、法線方向及び接線方向の接触剛性をそれぞれ $k_n=142\text{kgf/cm}$ 、 $k_t=99.5\text{kgf/cm}$ とする。平均応力 $p$ を5kgf/cm<sup>2</sup>で一定とし、次式に示すLodéのパラメーター $\mu_\sigma$ の値を9通りに固定して応力制御で単調載荷した解析結果を図-2に示す。

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

3. 確率分布の導入<sup>3)</sup>：上述の解析では幾つかの変形モードに従い接触点で滑りが発生するが<sup>1)</sup>、この滑りは規則配列全体でいっせいに生じる滑りとみなされる。しかし現実の粒状体でこのような明瞭な滑りはみられない。そこで各接触点で滑りが生じ始める応力比を分散させることを考える。

変形が進むと $\sigma_1$ 軸 $r$ と直交する面内の接触点が分離するが、ここでは変形初期に着目し、 $r_i$ 接触点の分離する直前（後に示す解析結果では図-2のA,B,C点）までを解析する。まず幾つかの変形モードの中から次の2つの状態を取り出して変形を考

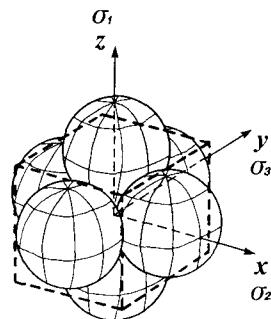


図-1 3次元粒状体モデル

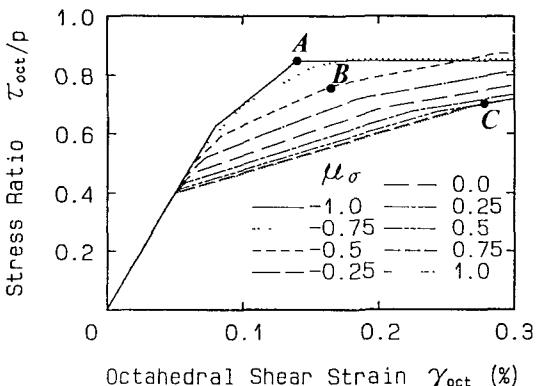
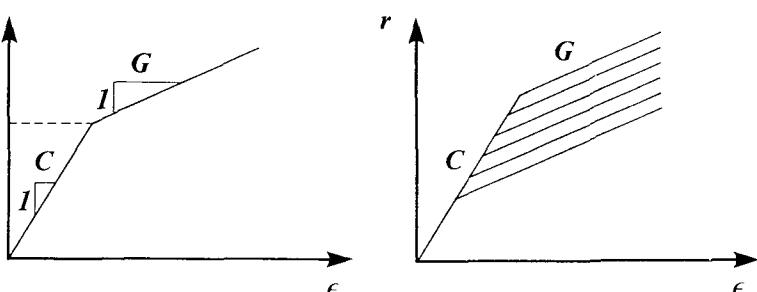


図-2 規則配列の応力比～ひずみ関係



(a) 滑りの生じ始める応力比 $r$ 、(b)  $r$ による応力比～ひずみ関係の変化  
 図-3 2つの状態で代表させた応力比～ひずみ関係

える。弾性変形状態と、 $\sigma_1 - \sigma_3$  のせん断による滑りと $\sigma_2 - \sigma_3$  ( $\mu_\sigma = -1$  の場合は $\sigma_1 - \sigma_2$ ) のせん断による滑りが同時に発生している状態の2状態である。せん断応力と平均応力の比を $r$ で表し、滑りの生じ始める応力比を $r_i$ とすれば、図-3(a)のような応力比～ひずみ関係が得られる。図-3(b)は $r_i$ が変わることによってこれが変化する様子を示す。いま配列に不規則性を考慮すれば、滑りの生じ始める応力比 $r_i$ は各接触点で異なると考えられるので、 $r_i$ を人為的に変化させることとする。 $r_i$ は確率的に分布しているととらえ、図-4に示す確率分布曲線を考える。分布のピークは規則配列の解析で $\sigma_1 - \sigma_3$  のせん断による滑りの

発生する応力比と $\sigma_2 - \sigma_3$  のせん断による滑りの発生する応力比の中間点 ( $\mu_\sigma = -1$ では前者を採用) とする。 $r_f$ は接触点の分離の起こる応力比 ( $\mu_\sigma = 1$ では $\sigma_3 = 0$ となる応力比) とする。与えられた $r$ に対する $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ の各ひずみ成分は、前述の2状態における応力比～ひずみ関係を用いて次式より算定できる。

$$\varepsilon(r) = C r \left(1 - \int_0^r f(r_i) dr_i\right) + \int_0^r \{ (Cr_i + G(r-r_i)) f(r_i)\} dr_i \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここに  $f(r_i)$  は滑りの生じ始める応力比 $r_i$ についての確率分布関数で、 $C, G$ は滑り発生前後における $\varepsilon$ の $r$ に対する変化の割合である。なお、 $C, G$ は $\mu_\sigma$ の値・ひずみ成分により異なる値となる。

4. 解析結果：図-5は三軸状態の応力比～ひずみ関係で、点線は確率導入前のものである。点線では $\tau_{oct}/p = 0.4$ で弾性変形状態にあるが、確率を導入して得られた曲線では $\tau_{oct}/p = 0.4$ から除荷すると、残留ひずみが生じる。除荷曲線は点線と平行な直線となって矢印で示すひずみ経路をとるものと考えられる。同図より三軸伸張 ( $\mu_\sigma = 1$ ) の方が三軸圧縮 ( $\mu_\sigma = -1$ ) より残留ひずみが大きくなることがわかる。図-6は $\mu_\sigma = -0.5$ の場合のひずみ増分に関するLodéのパラメーター $\mu_{de}$ の変化を示したものである。確率導入前には点線のように滑りの発生とともに急激に変化した $\mu_{de}$ が、確率を導入することにより徐々に変化するような結果となる。なお点線の方は接触点の分離後の変化も示している。

5. あとがき：単純な3次元粒状体モデルの解析結果をもとに、滑り発生時の応力比に確率分布を与えることにより、滑らかな応力比～ひずみ関係が得られることを示した。このような解析手法を用い、実際の現象と対応させつつ、複雑な三主応力状態の粒状体の変形を考察していくことが可能と考えられる。

文献) 1) 第25回土質工学研究発表会概要集1, pp. 529-532, 1990. 2) 土木学会年次講演会概要集III, pp. 740-741, 1990.  
3) Proc. of the 22nd Japan Congress for Applied Mech., pp. 221-233, 1979.

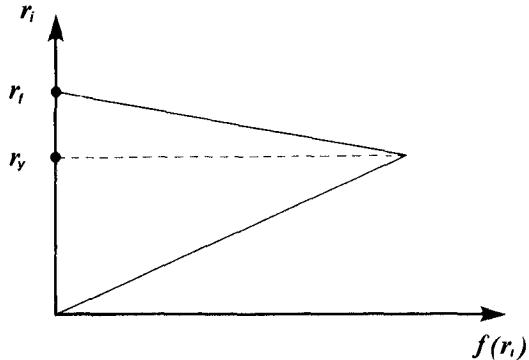


図-4  $r_i$ の確率分布

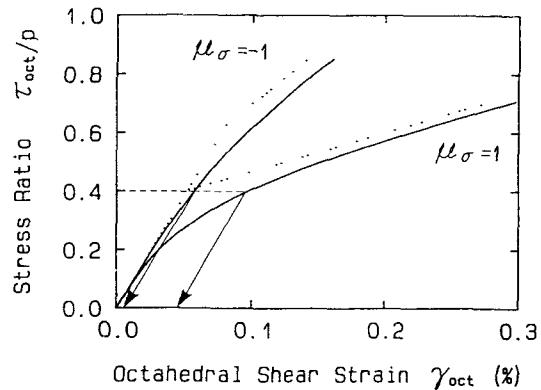


図-5 確率の導入によって生じる残留ひずみ

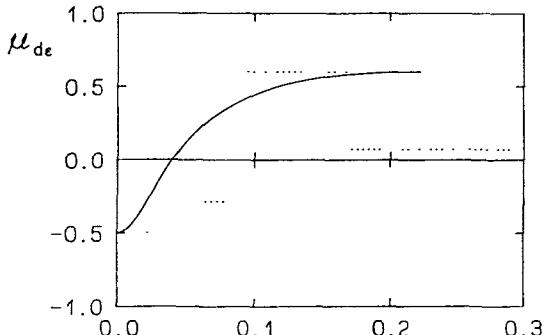


図-6  $\mu_\sigma = -0.5$ の場合の $\mu_{de}$ の変化