

II-74 CavityにおけるNavier-Stokes方程式の差分解

東北大学工学部 学生員 ○福田 修

東北大学工学部 正会員 真野 明

1. 序文

著者らは剥離領域に生じる渦の挙動に興味をもっており、その基礎的研究としてCavity内の流れを非圧縮性のNavier-Stokes方程式により解析したものである。この方程式の数値解法には種々の方法が提案されているが、3次元問題や非定常問題への拡張性を考えて、流速と圧力を従属変数とするMAC法の手法に準じた、SCHREIBER⁽¹⁾や大宮司⁽²⁾らの手法を用いた。

2. 支配方程式及び計算方法

2次元・非圧縮流体のNavier-Stokesと連続方程式は

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p / \rho + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

で表わされる。一方(1)の発散をとると圧力に関するポアソン方程式が得られる。

$$\Delta p = \rho \left(-(\nabla \cdot \mathbf{u}_t) - \nabla \cdot ((\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\nu \Delta \mathbf{u}) \right) \quad (3)$$

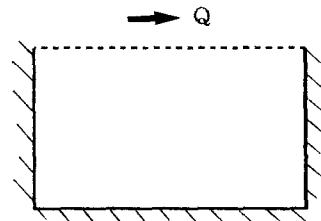


図1 計算領域

ここで、 $\mathbf{u} = (u, v)$ は流速ベクトル、 p は圧力、 ρ 密度、 ν 動粘性係数、である。境界条件は壁で流速が壁の速度に等しいという条件である。計算領域は図1に示す、一辺が L の正方形の領域を考え、右、左、下の境界は静止壁、上の境界は速度 Q で右方向に動いている移動壁を考える。

数値解析は2段階からなり、最初に(1)を差分展開して陽解法で dt 時間だけ進んだステップの $\mathbf{u}$ を求める。次に(2)を考慮して(3)を差分展開し圧力分布をSOR法で求める。ここで、時間ステップ dt は $CF L$ の条件を満足しなければならず、またSORの加速パラメータは1.4とした。さらに初期条件はすべてが静止状態であるとした。

3. 計算結果及び考察

本論文では $Re = QL/\nu = 1350$ の場合を示す。一辺を J 分割し（図2： $J=9$ 、図3： $J=19$ 、図4以降： $J=39$ ）、差分格子の大きさによる違いや、経時的な分布性状の違い、各物理量の分布形等を調べた。図2、3は $t=225s$ での結果であり、 a は渦度分布、 b は流線、 c は圧力分布を示している。特に渦度の分布形が差分格子の大きさによって大きく変わってきていることが分かる。

図4は渦度分布の経時変化を示したもので、 $a: t=20s$, $b: 60s$, $c: 100s$, $d: 120s$ での分布である。右上隅から生じた円弧状の突起が時間の経過と共に大きくなり、計算領域のほぼ中央部全部を占めるようになる。すなわちこの部分では同じ一定の回転速度で流体が回転していることが分かる。図5は流線の経時変化を示したものであり、 $a: t=20s$, $b: 60s$, $c: 120s$ の時刻に対応している。渦度の突起に対応して、閉曲線の流線の中心が右上隅から徐々に中央に移ってきている。図6、7には $t=120s$ での圧力分布と、流速ベクトルの分布を示した。圧力は中央部では同心円状の等値線となっており、上辺の早い流れがぶつかる右上隅では特に大きな値となっている。図7を見ると、上の移動壁の付近と右の壁の付近で早い流速となっているのが分かる。

【参考文献】

(1)SCHREIBER and KELLER(1983),JCP,49.(2)大宮司久明(1988),流れの数値シミュレーション。

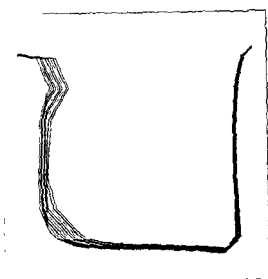


图 2-a

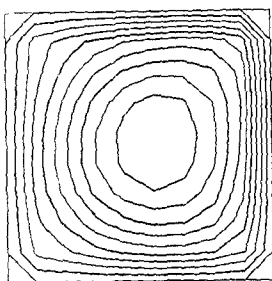


图 2-b

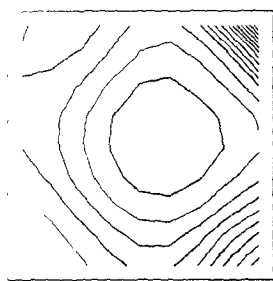


图 2-c

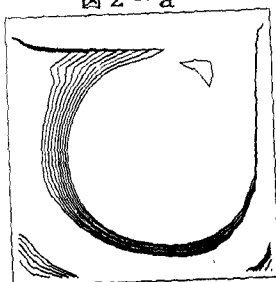


图 3-a

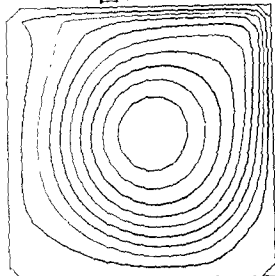


图 3-b

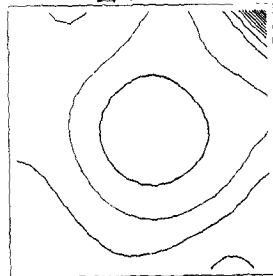


图 3-c

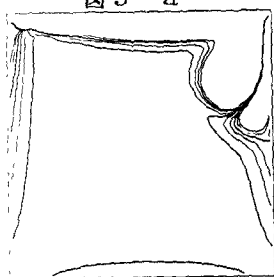


图 4-a

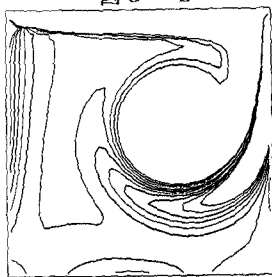


图 4-b

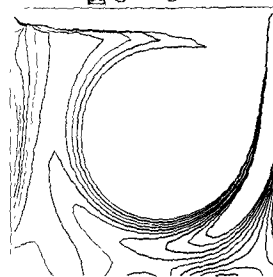


图 4-c

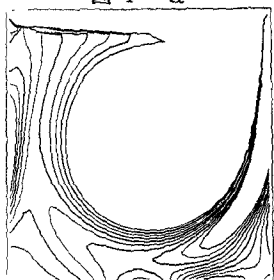


图 4-d

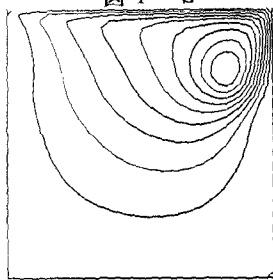


图 5-a

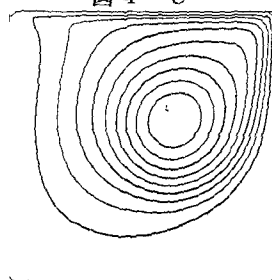


图 5-b

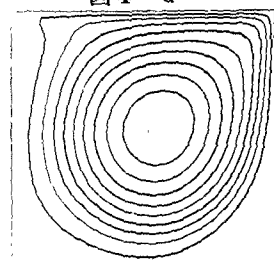


图 5-c

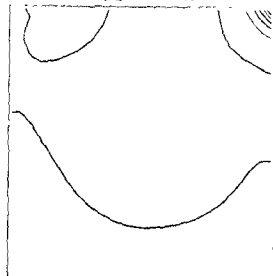


图 6

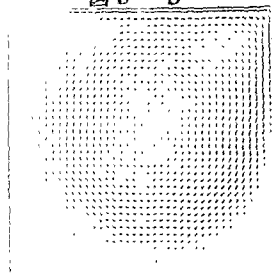


图 7