

II-70

KIRBYの緩勾配方程式の1次元解析

東北大学工学部 学生員 ○ CHAN CHEE SENG

東北大学工学部 正 員 真野 明

東北大学工学部 正 員 澤本 正樹

1. はじめに

前報（CHANら（1990））では流れの影響を考慮出来る KIRBY（1984）の緩勾配方程式を用い、1次元伝播の場合について、一様流の時の計算を行い、その数値誤差の特性を明らかにした。しかし、地形勾配または流れが変化ある時、上述のプログラムで計算すると、大きな誤差が生じる。本報ではプログラムの精度を上げ、ルンゲ・クッタ法で確かめた。また、wave action の保存則から得られる浅水変形の式と比較した。

2. 支配方程式と境界条件

定常1次元のKIRBYの緩勾配方程式は次式のようになる。

$$\frac{d}{dx} \left\{ (U^2 - C C_g) \frac{d\phi}{dx} \right\} - 2i\omega U \frac{d\phi}{dx} + (\sigma^2 - \omega^2 - i\omega \frac{dU}{dx} - k^2 C C_g) \phi = 0 \quad (1)$$

$$\omega = \sigma + U k \cos \theta, \quad \sigma^2 = g k \tanh kh$$

ここで、 C は波速、 C_g は群速度、 σ は固有周波数、 U は流速、 k は波数、 h は水深、 ϕ は速度ポテンシャルであり、それぞれは x の関数である。 i は虚数単位、 θ は波数と流れがなした角度、 ω は絶対周波数、 g は重力の加速度である。

境界条件は次のようになる。

$$\frac{d\phi}{dx} = i(k + k^*) \phi^i - i k \phi \quad (x=0) \quad (2a)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = i k \phi \quad (x=L) \quad (2b)$$

k^* は共役波数と呼び、逆方向の流れに対する波数である。 ϕ^i は入射波振幅であり、 $(x=L)$ の境界は完全透過境界とする。また、計算精度を上げるために、①式の係数は A_n ($n=1, 3$) とし、次式のように線形一次補間関数に近似する。

$$A_1 = (U^2 - C C_g), \quad A_2 = 2i\omega U$$

$$A_3 = \sigma^2 - \omega^2 - i\omega \frac{dU}{dx} - k^2 C C_g, \quad A_n = A_{nk} N_k \quad (k=1, 2) \quad (3)$$

3. モデル及び結果

支配方程式と境界条件をGalerkin法を用いた有限要素法とルンゲ・クッタ法で解いた。地形条件は図1に示す。すべての計算領域は10mとした。Galerkin法の補間関数は③式の N_k と同様に線形一次関数を用いた。要素総数は200、節点総数は201となっている。収束しているルンゲ・ゲッタ法の解と比較して、有限要素解の精度を調べた。その結果は図2に示す。横軸には、メッシュの長さで局所的な波長の比 R 、縦軸には相対誤差 E (%) をとり、順流と逆流の相対誤差はそれぞれ□と△にした。この図により、 R は0.03以下であれば1%以下の精度が得られる。また、 R はこの条件を満たしているとき、流れと

地形勾配に影響されないことを分かった。

k i r b y の式①は反射波が生ぜず、かつ定常の場合には④式の wave action の保存則を満足することが知られている。

$$(C_g + U) \frac{A^2}{\sigma} = \text{const.} \tag{4}$$

図3に、 U_1 (初期流れ) = -1 (m/s) , h_1 (初期水深) = 3 (m) , a と b の勾配はそれぞれ 0.01 と 0.1 である場合の有限要素解と④の比較を示した。また反射率は入射境界② a から求めた反射波を入射波で割って得られた。地形勾配が大きくなるに従って、反射率が大きくなり、wave action の保存則から求めた浅水変形は過大な波高を示すことが分かる。

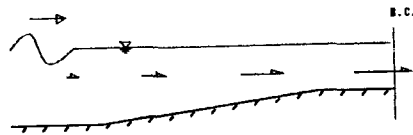


図1 地形条件

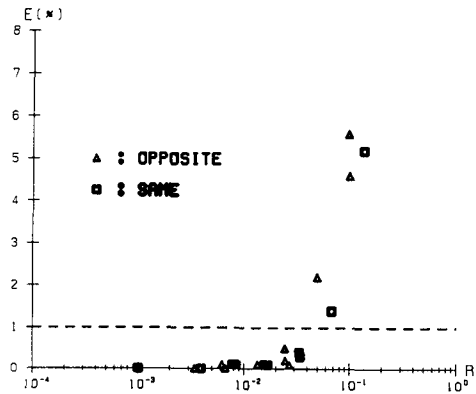


図2 相対誤差

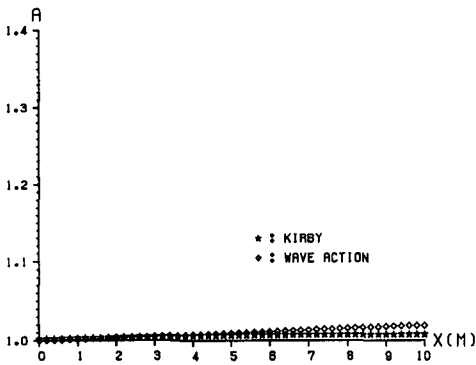


図3 a 波高変化 (反射率 = 0.006)

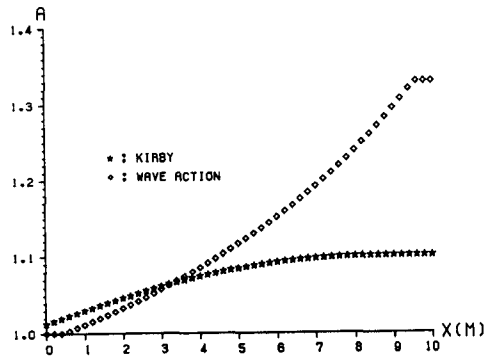


図3 b 波高変化 (反射率 = 0.075)

- 1) James T.Kirby:A Note On Linear Surface Wave-Current Interaction Over Slowly Varying Topography, Journal Of Geophysical Research, Vol.89, pp.745-747,1984
- 2) Chan・真野明・澤本正樹：河口付近の波の屈折解析, 土木学会東北支部技術発表会 (平成元年度), pp.142 ~143,1990
- 3) Chiang C.Mei: The Applied Dynamics Of Ocean Surface Waves, pp.98-108,1983