

II-64 渦素子法を用いた斜面上の砕波の数値計算

東北大学工学部 正員 ○長尾昌朋

東北大学工学部 正員 沢本正樹

1. はじめに

砕波現象を数値的に再現する場合、多価関数となる自由水面をどのように取り扱うか、また、底面形状が変化する場合、そこでの境界条件をどのように満足させることができるかが問題点となる。MAC法、有限要素法のような2次元計算では境界条件の取り扱いが簡素であるが、精度を上げるためには計算量が膨大となる欠点がある。それに対して、渦素子法は自由水面を多価関数として取り扱う1次元計算なので、比較的少ない計算量で精度を上げることができる。そこで、本研究ではこの渦素子法を用い、底面に湧き出しを分布させることで任意の底面形状に対応できるようにし、斜面上での砕波の数値的再現を試みる。

2. 基礎方程式および数値計算法

座標系を図-1に示す。自由水面を持つ流体の運動は自由水面に渦を分布させることで表現できる。しかし、底面が存在する場合には底面に垂直な方向の流速成分がないので、底面に湧き出しを分布させて流速分布を補正する必要がある。これを複素速度ポテンシャルを用いて表現すると、自由水面と底面形状が周期的に変化する場合には式(1)となる。右辺第1項が自由水面の渦に関する項、第2項が底面の湧き出しに関する項である。自由水面での幾何学的境界条件(2)、力学的境界条件(3)および底面での幾何学的境界条件(4)から、任意の底面形状での自由水面の挙動を表す基礎方程式が得られる。

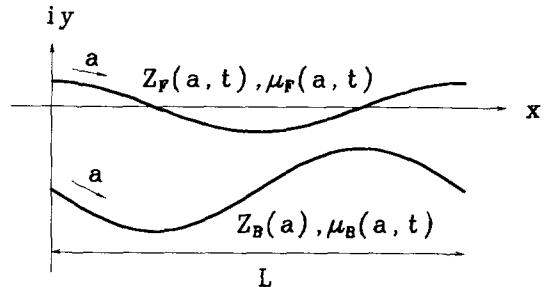


図-1 座標系および記号

$$W(z, t) = \frac{1}{2Li} \int_0^L \mu_F(a, t) \cot \frac{\pi}{L} \{z - Z_F(a, t)\} - \frac{\partial Z_F(a, t)}{\partial a} da + \frac{1}{2Li} \int_0^L i \mu_B(a, t) \cot \frac{\pi}{L} \{z - Z_B(a)\} - \frac{\partial Z_B(a)}{\partial a} da \quad (1)$$

$$\frac{\partial Z_F(a, t)}{\partial t} = \left\{ \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \right\}^* \quad \text{on } z = Z_F(a, t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial W(z, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \left\{ \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \right\}^* + \frac{p(z, t)}{\rho} + g \operatorname{Im}[z] = f(t), \quad p(z, t) = 0 \quad \text{on } z = Z_F(a, t) \quad (3)$$

$$\operatorname{Im} \left[\frac{\partial Z_B(a)}{\partial a} \frac{\partial W(z, t)}{\partial z} \right] = 0 \quad \text{on } z = Z_B(a) \quad (4)$$

ここで、 z :複素平面座標、 t :時間、 a :自由水面および底面でのLagrange変数、 L :自由水面および底面の周期長、 W :複素速度ポテンシャル、 Z_F :水表面の座標、 μ_F :渦の循環を水表面に沿って積分した量、 Z_B :底面の座標、 μ_B :湧き出しの強さを底面に沿って積分した量、 g :重力加速度、 ρ :流体密度、 p :圧力である。また、 f は μ_F の平均値が変化しないように決める。式(1-4)から導かれる発展方程式の数値計算には4次のRunge-Kutta法を用いる。数値積分には台形公式を用い、特異点を含む区間では3次のspline関数を用いて積分を近似する。特異点を取り扱う数値計算では数値誤差の影響が問題となるので、発展計算の各段階で Z_F 、 μ_F 、 μ_B を平滑化し、数値誤差の計算結果に悪影響を与えないようにする。

数値計算の初期条件には水平床上で得られた微小振幅波の解を用いる。底面が周期的に変化する場合でもこの条件を用いて数値計算を行い、砕波におよぼす底面形状の影響を考察する。

$$\begin{aligned} Z_F(a,0) &= a + i\frac{H}{2}\cos(\frac{2\pi h}{L}), \quad \mu_F(a,0) = \frac{H}{2}\sqrt{\frac{gL}{2\pi}}\{\sqrt{\tanh(\frac{2\pi h}{L})} + \sqrt{\coth(\frac{2\pi h}{L})}\}\sin(\frac{2\pi a}{L}), \\ Z_B(a) &= a - i(h+h_a)\sin(\frac{2\pi h}{L}), \quad \mu_B(a,0) = \frac{H}{2}\sqrt{\frac{gL}{2\pi}}\operatorname{sech}(\frac{2\pi h}{L})\sqrt{\coth(\frac{2\pi h}{L})}\cos(\frac{2\pi a}{L}) \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

3. 計算結果

計算対象として用いた波は、波長 $l=1\text{m}$ 、平均水深 $h=0.2\text{m}$ 、波高 $H=0.12\text{m}$ の進行波で、水平床においても砕波するものである。砕波変形におよぼす底面形状の影響を考察するため、水平床を含めて異なる底面振幅をもつ3ケースの底面形状で数値計算を行った。 $\Delta t=1/128\text{s}$ 、 $\Delta a=1/128\text{m}$ の計算格子間隔で数値計算を行い、 $t=0.44\text{s}$ での波形、流速分布、圧力水頭分布を図-2に示す。波の波長と底面形状の変化が同程度であるため、浅水変形による波高の増大は起こらない。逆に底面頂上部が流れを阻害したために底面振幅の大きなものの波高が小さい。しかし、このことは波谷部の水位低下させ、結果的に波前面部での圧力勾配が大きくなるので、底面振幅が大きいほど砕波による突出部の水量、運動量は大い。

4. おわりに

底面を湧き出し膜で表現した渦素子法を用いて数値計算を行った結果、この手法は底面形状が変化する場の波の変形を精度良く再現できることがわかった。今回の計算では底面形状の変化が波長と同程度であったが、今後、底面形状の変化を長くすることで一般的な斜面上の砕波機構を明らかにする必要がある。

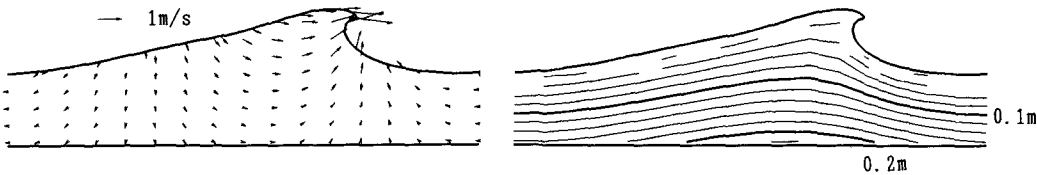


図-2 (A) 流速分布, 圧力水頭分布(水平床)

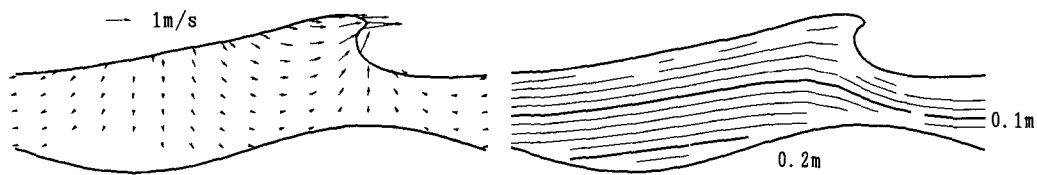


図-2 (B) 流速分布, 圧力水頭分布(底面振幅0.05m)

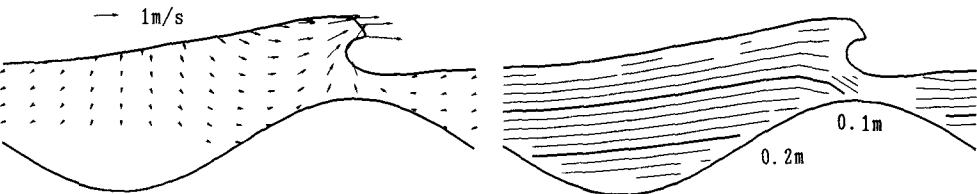


図-2 (C) 流速分布, 圧力水頭分布(底面振幅0.1m)