

II-30

流量法による節点水圧の指定と管網解析

日本大学工学部 正 員 藤 田 豊
日本大学工学部 正 員 安 田 禎 輔

まえがき 管網の解析法には、大きく分けて流量法と、エネルギー位法との2つの方法がある。特に流量法の1つであるHardy-Cross法は、手計算に適した解析法のため、広く採用されてきた^{2), 3)}。しかし、水理公式集¹⁾や専門書^{2), 3)}などによれば、流量法は節点水圧を直接求められず、節点水圧の指定が困難という欠点をもち、設計および配水管理に適用できないとし、一方エネルギー位法は、水圧が直接求められ、その指定が容易であり^{1)~3)} 多点注入系の解析にも適しており³⁾、適用範囲を飛躍的に拡張し得るものと期待される²⁾。以上のように述べられている。しかし、Cross法などの流量法においても、節点水圧の指定が困難^{1)~3)}である点¹⁾を解決し得るならば、エネルギー位法の欠点である1次元化に伴う収束性の劣悪化³⁾がなだけで流量法がエネルギー位法に比べて優るとも劣りはしないといえる。本報告では、流量法、特にHardy-Cross法においても、節点エネルギー位を簡単に指定し得ることを示し、その計算例を示す。

1. 管網における平均流速式： 現在、我国において管網計算に採用されている主な式^{1)~3)}には、Hazen-Williamsの式、Manningの式、高桑の式、Darcy-Weisbachの式などがあり、筆者も硬質塩ビ管の式を提案したが、幾つかの理論式や経験式を除き、ほとんど全ての流速式は、次に示すようにベキ型公式(1)式として示される。(1)式より摩擦損失水頭 h を求めると(2)、(3)式となる。

$$v = C D^{\beta} I^{\alpha} \quad (1)$$

$$h = k Q^{1/\alpha} \quad (2) \quad k = (4/\pi C)^{1/\alpha} \{L/D^{(2+\beta)/\alpha}\} \quad (3)$$

2. 節点方程式と閉管路方程式： 節点方程式と閉管路方程式はそれぞれ連続の条件と要素閉管路での損失水頭の条件であり次式となる。

$$\sum_j Q_{j1} + Q_1 = 0 \quad (4) \quad \sum h + H - h_{p,t} = 0 \quad (5)$$

3. Hardy-Cross法： 管網においては次の3条件が満足していなければならない。①全ての節点において、連続の条件すなわち節点方程式(4)が満足していなければならない。②全ての要素閉管路において、閉管路方程式(5)式が満足していなければならない。③全ての管路において、摩擦損失水頭の条件、(2)式が満足しなければならない。(2)式は次式となる。

$$h = k Q |Q|^{m-1} \quad (6) \quad \text{or} \quad h = \text{sgn} Q \cdot k |Q|^m \quad (8)$$

ただし、 $m = 1/\alpha$ とする。ここで、 $|\Delta Q| \ll |Q_0|$ とすれば、次式が得られる。

$$Q = Q_0 + \Delta Q \quad (7) \quad \Delta Q = - \frac{\sum k Q_0 |Q_0|^{m-1} + H - h_{p,t}}{m \sum k |Q_0|^{m-1}} \quad (8)$$

さて、この ΔQ と(7)式により任意の1ループ内の各流量 Q_0 が補正されることになり順次各ループを補正すると、ループの相互干渉により満足させた閉管路方程式が若干満足しなくなる。しかし、以上の操作の繰り返しにより、徐々に全ての方程式が満足され ΔQ はゼロに近づき、全ての管網の条件を満足する解が得られる。

4. 節点水圧の指定： 一般に管網解析においては、管網の幾何学的条件や管内壁面の状態および需要水量に対する各節点からの供給量があらかじめ定められている。このような管網に対して指定できる物理量は、次に示す場合の物理量である。①管網全体に対する連続の条件が満足する範囲内で、各基地の配水量と各注入節点の注入量、②同上条件下で最大、配水基地数と注入節点数の和だけの数の基地

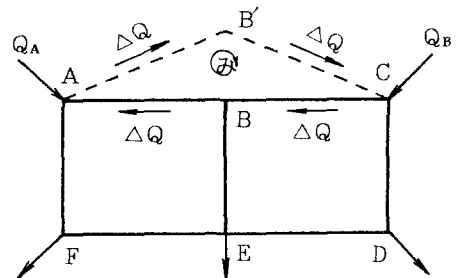


図1. 仮想ループ

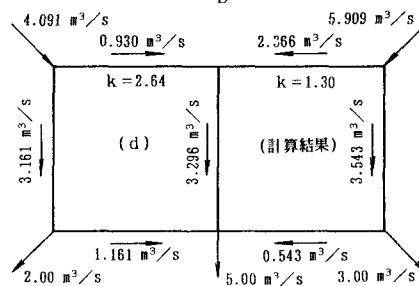
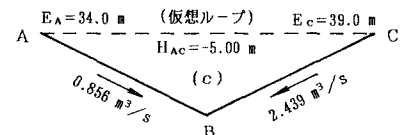
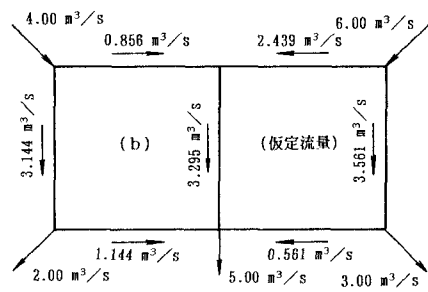
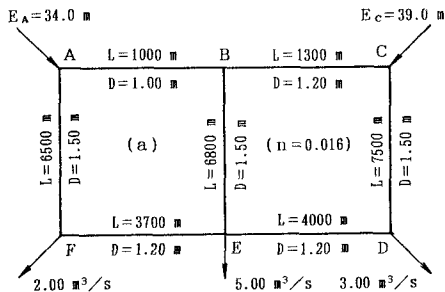


図2. 水圧が指定された多点注入節点管網

表1. 図2. (d) の計算表

(1) 仮想ループの補正

管 路	k	Q ₀	k Q ₀	k Q ₀ Q ₀	ΔQ
仮想 ループ H _{AC}				-5.000	
CB	1.30	2.439	3.171	7.733	-0.074
BA	2.64	-0.856	2.260	-1.934	-0.074
計			5.431	0.799	
ΔQ = -0.799 / 2 × 5.431 = -0.074					

(2) 管網の補正

管 路	k	Q ₀	k Q ₀	k Q ₀ Q ₀	ΔQ
I AB	2.64	0.930	2.455	2.283	-0.009
BE	2.06	3.295	6.788	22.365	+0.001
EF	3.69	-1.144	4.221	-4.829	-0.009
FA	1.97	-3.144	6.194	-19.473	-0.009
計			19.658	0.346	
ΔQ = -0.346 / 2 × 19.658 = -0.009					
II BC	1.30	-2.365	3.075	-7.271	-0.010
CD	2.27	3.561	8.083	28.785	-0.010
DE	3.99	0.561	2.238	1.256	-0.010
EB	2.06	-3.295	6.788	-22.365	-0.001
計			20.184	0.405	
ΔQ = -0.405 / 2 × 20.184 = -0.010					

または節点のエネルギー位（水圧），③同上条件下で，基地の配水量と節点の注入量と基地または節点のエネルギー位を合わせて同上数だけの水理量が指定できる。したがって，配水基地または注入節点が1個の場合には，基地または節点の水圧を1個のみ指定できる。2つ以上の基地や節点の水圧を指定するには，合わせてこれと同数以上の配水基地または注入節点が必要である。指定できる圧力数は最大で，配水基地と注入節点の数の和に等しいが，この数まで，どの節点の水圧でも指定できるわけでもなく，節点の位置や水理学的制約を受ける。また，増減圧装置を用いない限り指定できる。水圧の大きさも水理学的制約を受けるのは当然である。一説によると，上記の①の場合には流量法で，②の場合にはエネルギー位法で解析できるが，流量法では②の場合の解析はできないので，この方法は設計および配水管理には適用が困難とされている^{1)~3)}。しかし，ここでは，Hardy-Cross法によっても上記の②の場合の解析ができることを以下に示す。

a. 配水基地または注入節点のみが指定された場合： 図1.

に示した2つの節点AとCを結ぶ任意の管経路ABCと，この2節点を結ぶ仮想の管路A'B'Cを閉管路A'B'CBAとみなして（8）式によって補正流量ΔQを求めれば，その他の計算はHardy-Cross法の手順に従って計算できる。図の仮想ループA'B'CBAの流量をΔQによって補正すると，流入量Q_AおよびQ_Bも自動的に補正されたことになるが，最終値が求まった時点でそれぞれの節点方程式より求められる。

5. 管網解析例：図2（a～d），表1（d）の計算表の1部）

まとめ 水理公式集などの専門書によると，流量法では水圧の指定が困難であるなどから流量法が設計および配水管理に適用

できないとして，エネルギー位法を推奨している。しかし，流量法，特にHardy-Cross法においても，指定し得る変数は何か，仮定値と指定値との関係を明確にし，仮想ループを設けることにより節点水圧を指定することができた。また，エネルギー位法は多点注入系の解析にも適しているとされているが，流量法においても単点・多点注入系など区別なく全く同様に簡単に解析することができた。【参考文献】：1)土木学会編：水理公式集—昭和60年度版—，p402，土木学会（昭60） 2)高桑哲男：配水管網の解析と設計，pp5～6，森北出版（1978） 3)土木学会編，丹保憲仁：新体系土木工学88上水道，pp332～337技報堂（1982）